

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени В. Н. КАРАЗИНА

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Методические указания к лабораторным работам

Часть 2

Харьков – 2009

УДК 621.3.08(075.8)
ББК 31.221я73
Э 45

*Утверждено на заседании Ученого Совета радиофизического
факультета Харьковского национального университета
имени В. Н. Каразина (протокол № 7 от 8.09.2009 г.)*

Рецензенты:

доктор физ.-мат. наук, профессор, академик АН Прикладной радиоэлектроники, заведующий кафедрой фармакоинформатики Национального фармацевтического университета **Пенкин Ю. М.**;

доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры физики СВЧ Харьковского национального университета имени В. Н. Каразина, академик-секретарь отделения радиофизики АН Высшего образования Украины **Шматько А. А.**

Э45 **Электрические измерения:** Методические указания к лабораторным работам. Часть 2 / Составители: Кокодий Н. Г., Маслов В. А., Козлов И. И., Свич В. А., Тиманюк В. А. – Харьков: ХНУ имени В. Н. Каразина, 2009. – 92 с.

В части 2 даны описания лабораторных работ по методам измерений параметров электрических цепей и материалов, применяемых в радиоэлектронике.

Для студентов радиофизического факультета ХНУ.

УДК 621.3.08(075.8)
ББК 31.221я73

© Харьковский национальный
университет имени В. Н. Каразина, 2009
© Кокодий Н. Г., Маслов В. А., Свич В. А.,
Козлов И. И., Тиманюк В. А., сост., 2009
© Макет обложки Дончик И. Н., 2009

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Настоящие методические указания предназначены для студентов радиофизического факультета, проходящих лабораторный практикум по курсу «Электрические измерения» и курсу «Техника эксперимента в биофизике».

Основная цель практикума – приобретение студентами опыта работы с электроизмерительными приборами, оформления результатов эксперимента, знакомство с методами обработки результатов эксперимента.

Перед началом работы студентам необходимо уяснить цель работы, изучить описание, познакомиться с правилами работы с измерительной аппаратурой и методами обработки полученных результатов.

Студент сдает допуск к выполнению работы преподавателю. Во время допуска студент обязан показать, что он твердо уяснил себе цель работы, знает теорию вопроса, умеет обосновать метод измерений, может начертить блок-схему, умеет обращаться с измерительными приборами.

После сдачи допуска студент приступает к выполнению работы.

По окончании работы преподавателю представляются результаты для проверки и отметки о выполнении работы. На следующем занятии студент сдает допуск по новой работе и письменный отчет по предыдущей работе. Правила составления отчета изложены в части 1 методических указаний.

Общие требования техники безопасности

В лабораторных работах используются источники напряжения, величина которого может быть опасна для жизни. Студенты, не изучившие инструкции по технике безопасности в данной лаборатории, к работе не допускаются.

Работа на каждой установке производится только в присутствии преподавателя или лаборанта. Запрещается нахождение вблизи работающей установки посторонних лиц.

В процессе работы при включенной установке запрещается:

1. Оставлять установку, находящуюся под напряжением, без присмотра.
2. Закорачивать или отключать блокировочные устройства.
3. Открывать корпуса измерительных приборов.

ИЗМЕРЕНИЕ ВНУТРЕННЕГО СОПРОТИВЛЕНИЯ МИКРОАМПЕРМЕТРА

Цель работы

Измерение внутреннего сопротивления прибора методом вольтметра-амперметра. Оценка погрешности измерений.

Внутреннее (входное) сопротивление измерительного прибора

Термин «**внутреннее сопротивление**» относится к электромеханическим приборам. Его величина определяется сопротивлением проволоочной катушки, имеющейся во всех таких приборах, кроме электростатических, и шунтов или дополнительных сопротивлений (если они есть).

Термин «**входное сопротивление**» относится к электростатическим приборам с подвижной частью и электронным приборам. Оно определяется схемой входной цепи – ее резисторами, конденсаторами, трансформаторами и т.д.

Внутреннее (входное) сопротивление прибора должно быть таким, чтобы включение этого измерительного устройства в схему как можно меньше нарушало режим ее работы. Так, сопротивление амперметра, который включается последовательно с другими элементами электрической цепи, должно быть малым. Сопротивление вольтметра и других приборов, включающихся параллельно элементам цепи, должно быть как можно большим.

Методика измерений

Измерение внутреннего сопротивления прибора основано на использовании закона Ома.

Блок-схема экспериментальной установки показана на рис. 1.1.

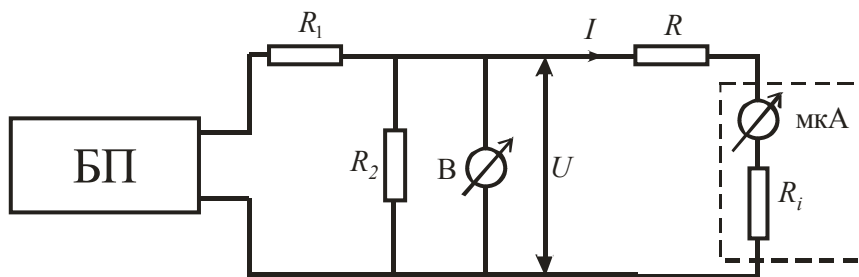


Рис. 1.1. Блок-схема экспериментальной установки

Источником напряжения служит блок питания БП типа Б5-9, испытываемым прибором – микроамперметр М266 со шкалой 50 мкА. Делитель R_1 – R_2 служит для уменьшения напряжения, приложенного к микроамперметру, до величины, необходимой для нормальной работы этого прибора. Напряжение на

выходе делителя измеряется вольтметром B типа М1100. Для дальнейшего ограничения тока служит магазин сопротивлений R типа Р33.

Внутреннее сопротивление микроамперметра вычисляется по формуле:

$$R_i = \frac{U}{I} - R. \quad (1.1)$$

Порядок выполнения работы

1. Собрать схему, приведенную на рис. 1.1.
2. Установить значение сопротивления R , равное 90 кОм.
3. Установить ступенчатый переключатель выходных напряжений на блоке питания БП в положение 10 В, ручку плавной регулировки выходного напряжения – в среднее положение.
4. Включить блок питания и с помощью ручек ступенчатой и плавной регулировки напряжения установить на выходе делителя R_1 – R_2 одно из напряжений $U = 1$ В; 0,3 В; 0,1 В; 0,05 В (указывается преподавателем).
5. С помощью магазина сопротивлений R установить значение тока I через прибор в интервале 45...50 мкА.
6. Изменять сопротивление магазина R и при каждом его значении измерять величину тока I через прибор. Значения сопротивления и тока занести в колонки 2 и 3 таблицы. Величины сопротивления R изменять так, чтобы в таблице было не менее 10 значений тока I в интервале от 5 до 50 мкА.

n	R , Ом	I , мкА	R_{in} , Ом	$(R_{in} - R_{icp})^2$, Ом ²
1	2	3	4	5
1				
2				
3				
...				
9				
10				
$N = 10$			$\sum_{n=1}^N R_{in} =$	$\sum_{n=1}^N (R_{in} - R_{icp})^2 =$

7. По формуле (1.1) вычислить внутренне сопротивление прибора R_{in} для каждого значения R . Занести его значения в колонку 4.

8. Найти среднее значение внутреннего сопротивления прибора:

$$R_{icp} = \frac{\sum_{n=1}^N R_{in}}{N}, \quad (1.2)$$

где N – число измерений. Значение $\sum_{n=1}^N R_{in}$ взять из колонки 4 таблицы.

9. Найти среднее квадратичное отклонение:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (R_{in} - R_{icp})^2}{N-1}}. \quad (1.3)$$

Значение $\sum_{n=1}^N (R_{in} - R_{icp})^2$ взять из колонки 5 таблицы.

10. Вычислить абсолютную погрешность измерений:

$$\Delta R_i = \frac{t(P; N-1)S}{\sqrt{N}}, \quad (1.4)$$

где $t(P; N-1)$ – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности P и числа измерений N (см. таблицу в приложении). Принять $P = 0,95$.

11. Вычислить относительную погрешность измерений $\frac{\Delta R_i}{R_{icp}}$.

12. Построить график $R_{in} = f(R)$. Провести на нем прямую R_{icp} .

13. Провести горизонтальную ось OR . Отложить на ней значения R_{icp} и указать доверительные интервалы $R_{icp} - \Delta R_i < R_{icp} < R_{icp} + \Delta R_i$ для всех значений напряжений U , указанных преподавателем. Посмотреть, перекрываются ли доверительные интервалы.

Оформление работы

В отчете должны быть:

- блок-схема установки;
- таблица с результатами измерений;
- результат вычислений среднего значения R_i , его абсолютной и относительной погрешностей;
- график $R_{in} = f(R)$;
- графическое изображение доверительных интервалов измерений внутреннего сопротивления прибора.

Контрольные вопросы

1. Что такое внутреннее сопротивление прибора?
2. Как включается в электрическую схему амперметр? Каким должно быть его внутреннее сопротивление?
3. Как включается в электрическую схему вольтметр? Каким должно быть его внутреннее сопротивление?
4. Суть метода измерений внутреннего сопротивления микроамперметра.
5. Что такое абсолютная погрешность?
6. Что такое относительная погрешность?
7. Что такое доверительный интервал и доверительная вероятность?

Литература

1. Мирский Г.Я. Радиоэлектронные измерения. – М.: Энергия, 1975. – 600 с.
2. Кукуш В.Д. Электрорадиоизмерения. – М.: Радио и связь, 1985. – 368 с.
3. Кассандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. – М.: Наука, 1970. – 104 с.
4. Захаров И.П., Кукуш В.Д. Теория неопределенности в измерениях. – Харьков: Консум, 2002. – 256 с.

Приложение

Коэффициенты Стьюдента t

$\begin{array}{c} P \\ \backslash \\ n-1 \end{array}$	0,90	0,95	0,98	0,99	0,999
1	6,31	12,7	31,8	63,7	636,6
2	2,92	4,30	6,96	9,92	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	2,02	2,57	3,36	4,03	6,87
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	5,41
8	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	4,02
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
20	1,72	2,09	2,53	2,85	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,75
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,73
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,71
27	1,70	2,05	2,47	2,77	3,69
28	1,70	2,05	2,47	2,76	3,67
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,65
32	1,69	2,04	2,45	2,74	3,62
34	1,69	2,03	2,44	2,73	3,60
36	1,69	2,03	2,43	2,72	3,58
38	1,69	2,02	2,43	2,71	3,57
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,55
42	1,68	2,02	2,42	2,70	3,54
44	1,68	2,02	2,41	2,69	3,53
46	1,68	2,01	2,41	2,69	3,52
48	1,68	2,01	2,41	2,68	3,51
50	1,68	2,01	2,40	2,68	3,50
55	1,67	2,00	2,40	2,67	3,48
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,46
65	1,67	2,00	2,39	2,65	3,45

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ВНУТРЕННЕГО СОПРОТИВЛЕНИЯ МИКРОАМПЕРМЕТРА МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Цель работы

Знакомство с применением метода наименьших квадратов (МНК) для обработки результатов измерений внутреннего сопротивления микроамперметра в работе № 1. Оценка погрешности измерений.

Метод наименьших квадратов

При анализе экспериментальных данных часто возникает необходимость описания полученной зависимости какой-нибудь формулой (аппроксимации зависимости аналитическим выражением). Для решения этой задачи часто используется метод наименьших квадратов. Суть метода состоит в следующем.

Пусть имеются экспериментальные данные, описывающие зависимость физической величины Y от величины X :

n	X_n	Y_n
1	X_1	Y_1
2	X_2	Y_2
...
N	X_N	Y_N

Она показана на рис. 2.1 точками. Необходимо найти некоторую функцию $f(a_0, a_1, a_2, \dots, a_m, x)$, где m – количество параметров функции, наилучшим образом описывающую эту зависимость с учетом разброса точек, вызванного ошибками эксперимента. Наилучшей функцией считается такая, для которой сумма

$$S = \sum_{n=1}^N [f(a_0, a_1, a_2, \dots, a_m, X_n) - Y_n]^2 \quad (2.1)$$

принимает минимально возможное значение. Из рис. 2.1 видно, что выражение в квадратных скобках – это расстояние от точки на аппроксимирующей кривой до экспериментальной точки с той же абсциссой. Таким образом, наилучшей кривой является такая, у которой сумма квадратов расстояний от нее до экспериментальных точек минимальна. Минимизация выражения (2.1) достигается выбором параметров $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$.

Вид аппроксимирующей функции определяется характером исследуемого процесса или видом экспериментальной зависимости.

Некоторые из часто используемых функций:

$$f(a_0, a_1, a_2, \dots, a_m, x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m,$$

$$f(a_0, a_1, x) = a_0 e^{a_1 x},$$

$$f(a_0, x) = \frac{a_0}{x}.$$

Формулы определения коэффициентов $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ для различных аппроксимирующих функций приведены в пособиях по математической статистике и математической обработке результатов эксперимента.

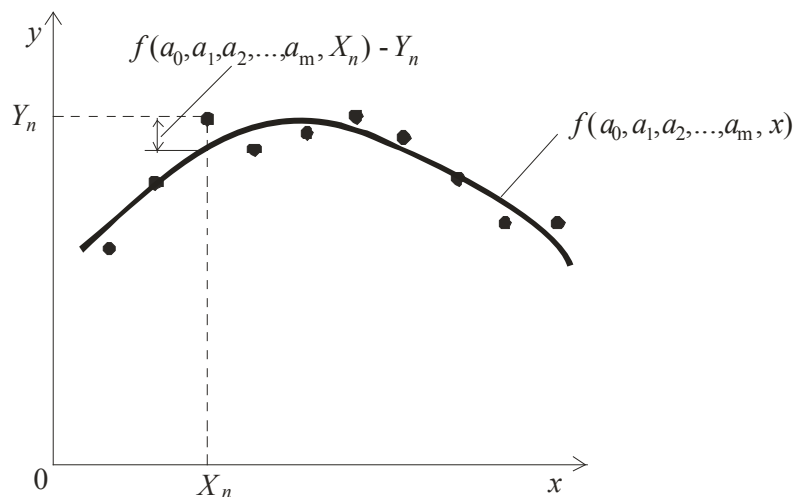


Рис. 2.1. Метод наименьших квадратов

Простым, но часто встречающимся является случай линейной зависимости

$$y(x) = kx + b.$$

Здесь необходимо подобрать такие значения параметров k и b , чтобы минимальной была функция

$$S(k, b) = \sum_{n=1}^N [(kX_n + b) - Y_n]^2.$$

Необходимое для этого условие:

$$\frac{\partial S}{\partial k} = \frac{\partial S}{\partial b} = 0.$$

Использование его дает следующую систему уравнений [1, 2]:

$$\begin{cases} k \sum_{n=1}^N X_n^2 + b \sum_{n=1}^N X_n = \sum_{n=1}^N X_n Y_n, \\ k \sum_{n=1}^N X_n + bN = \sum_{n=1}^N Y_n. \end{cases} \quad (2.2)$$

С помощью метода наименьших квадратов можно также оценить погрешность определения параметров k и b [2]:

$$\Delta k = t(P; N-2) S \sqrt{\frac{1}{\sum_{n=1}^N (X_n - X_{cp})^2}}, \quad (2.3)$$

$$\Delta b = t(P; N-2) S \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N X_n^2}{N \sum_{n=1}^N (X_n - X_{cp})^2}}, \quad (2.4)$$

где

$$X_{cp} = \frac{\sum_{n=1}^N X_n}{N}, \quad S = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N [Y_n - (k X_n + b)]^2}{N-2}}. \quad (2.5)$$

Обработка результатов измерений

В эксперименте работы № 1 получена экспериментальная зависимость $I(R)$, которая описывается уравнением

$$I = \frac{U}{R + R_i}. \quad (2.6)$$

Обозначения физических величин здесь такие же, как в работе № 1.

Эта зависимость нелинейная. Для использования изложенной выше теории ее нужно линеаризовать, то есть получить линейную зависимость некоторой величины от R . Из уравнения (2.6) видно, что это справедливо для величины $1/I$:

$$\frac{1}{I} = \frac{1}{U} R + \frac{R_i}{U}. \quad (2.7)$$

Параметры аппроксимирующей прямой $y(x) = kx + b$ связаны с параметрами зависимости (2.7) так:

$$k = \frac{1}{U}, \quad b = \frac{R_i}{U}.$$

Параметры k и b можно определить, решив систему уравнений (2.2). После этого можно найти значения внутреннего сопротивления прибора R_i и уточненное значение напряжения U :

$$U = \frac{1}{k}, \quad R_i = bU = \frac{b}{k}. \quad (2.8)$$

Порядок выполнения работы

1. Используя результаты, полученные при выполнении работы № 1, заполнить столбцы 2 и 3 таблицы.

N	$R, \text{ Ом}$	$I, \text{ А}$	$1/I_n, 1/\text{А}$	$R_n^2, \text{ Ом}^2$	$R_n \cdot \frac{1}{I_n}, \text{ Ом/А}$
1	2	3	4	5	6
1					
2					
3					
...					
9					
10					
$N = 10$	$\sum R_n =$		$\sum 1/I_n =$	$\sum R_n^2 =$	$\sum R_n/I_n =$

2. Вычислить величины $1/I$ и заполнить столбец 4 таблицы.

3. Построить график зависимости $1/I = f(R)$. Полученные значения нанести на график точками.

4. Считая, что X_n – это R_n , а Y_n – это $1/I_n$, заполнить столбцы 4 и 5 таблицы. Найти суммы, показанные в последней строке таблицы.

5. Составить систему уравнений (2.2) и, решив ее, найти параметры аппроксимирующей прямой k и b . Провести на графике прямую $f(R) = kR + b$. Она должна пройти через экспериментальные точки.

6. По формулам (2.8) определить значения напряжения питания U и внутреннего сопротивления прибора R_i . Значение напряжения питания должно быть близким к измеренному напряжению U при проведении эксперимента.

7. По формулам (2.3) - (2.5) вычислить погрешности определения параметров k и b аппроксимирующей прямой, полагая, что X_n – это R_n , а Y_n – это $1/I_n$.

8. По формуле (2.9) (см. приложение) найти абсолютную погрешность ΔR_i определения внутреннего сопротивления прибора.

9. Найти относительную погрешность определения величины R_i :

$$\frac{\Delta R_i}{R_i}.$$

Оформление работы

В отчете должны быть:

- Таблица необходимых для расчета экспериментальных данных, полученных при выполнении работы № 1.

- Система уравнений (2.2) с численными коэффициентами, соответствующими этим данным.
- Ход решения системы уравнений (2.2) и полученные величины k и b .
- Вычисленные по формулам (2.8) величины U и R_i .
- Ход вычислений по формулам (2.3)–(2.5) погрешностей Δk и Δb и их значения при доверительной вероятности $P = 0,95$.
- Значения абсолютной погрешности ΔR_i и относительной погрешности $\Delta R_i/R_i$.
- Сравнение величин R_i и ΔR_i , полученных в ходе выполнения работ №1 и №2.

Контрольные вопросы

1. Суть метода наименьших квадратов.
2. Вывести формулы (2.2) для определения параметров k и b аппроксимирующей прямой.
3. В чем состоит метод линеаризации экспериментальной зависимости (применительно к данным работы №1)?
4. Вывести соотношение для абсолютной погрешности ΔR_i .
5. Что такое доверительный интервал и доверительная вероятность?
6. Какой метод обработки данных дает более точные результаты? Соподпадают ли эти результаты между собой (перекрываются ли доверительные интервалы)?

Приложение

Погрешность определения значения внутреннего сопротивления прибора $R_i = b/k$ находится по формуле для погрешности результатов косвенных измерений:

$$\Delta R_i = \sqrt{\left(\frac{\partial R_i}{\partial b} \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial R_i}{\partial k} \Delta k\right)^2}.$$

Вычислив частные производные $\frac{\partial R_i}{\partial b}$ и $\frac{\partial R_i}{\partial k}$ и проделав некоторые математические преобразования, получим:

$$\Delta R_i = \frac{\sqrt{(k\Delta b)^2 + (b\Delta k)^2}}{k^2}. \quad (2.9)$$

Литература

1. Кассандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. – М.: Наука, 1970. – 104 с.
2. Сквайрс Дж. Практическая физика. – М.: Мир, 1971. – 246 с.

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ОСЦИЛЛОГРАФА

Цель работы

Приобретение навыков работы с электронным осциллографом С1-83. Освоение методов измерений параметров электрических сигналов.

Электронный осциллограф

Электронный осциллограф – это прибор для визуального контроля электрических процессов и измерения амплитудных и временных параметров сигналов. Осциллограф может быть также использован для измерения фазового сдвига между сигналами и частоты сигналов.

Основным узлом осциллографа является электронно-лучевая трубка (рис. 3.1). Группа электродов, включающая катод K с нитью накала $НН$, сетку C и аноды A_1 и A_2 , образует «электронную пушку», предназначенную для получения узкого пучка электронов – электронного луча.

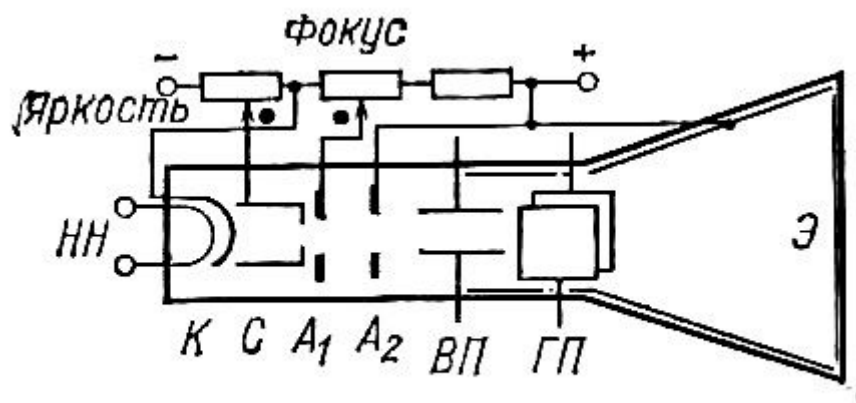


Рис. 3.1. Схема устройства электронно-лучевой трубки

Отклоняющая система состоит из двух пар пластин – вертикально-отклоняющих ($ВП$) и горизонтально-отклоняющих ($ГП$). Экран $Э$ трубки покрывается люминофором, обладающим способностью светиться под действием ударяющихся в него электронов.

Поверхность катода покрыта оксидным веществом, легко отдающим электроны при нагреве. На сетку, имеющую форму цилиндра с отверстием в торце, подается отрицательное относительно катода регулируемое напряжение, с помощью которого меняется количество электронов в луче и устанавливается яркость пятна на экране. Эта регулировка выносится на переднюю панель осциллографа и снабжается надписью «Яркость».

С помощью системы анодов, на которые поданы положительные относительно катода напряжения, осуществляется разгон электронов до необходимой скорости и фокусировка пучка электронов в точку на экране трубки. Регулировка напряжения на аноде A_1 также выносится на переднюю панель осциллографа и снабжается надписью «Фокус».

Отклонение электронов, летящих между пластинами, происходит под действием электрического поля, создаваемого подводимым к пластинам напряжением. Смещение светящегося пятна на экране определяется следующим приближенным выражением:

$$h = \frac{lLU}{d\varphi_{A_2}},$$

где L – расстояние от середины пластины до экрана, d – расстояние между пластинами, l – длина пластин в направлении движения электронов, φ_{A_2} – потенциал анода A_2 относительно катода.

Величина

$$S_U = \frac{h}{U} = \frac{lL}{d\varphi_{A_2}}$$

называется чувствительностью трубки. В осциллографах общего назначения (универсальных осциллографах) она составляет 0,2...0,5 мм/В, поэтому напряжение, подаваемое на пластины, должно составлять 100...200 В, чтобы вызвать перемещение пятна на экране на 50 мм.

Внутренняя поверхность трубки покрывается проводящим слоем графита (акводагом) или металла, который соединяется с анодом A_2 . Этот слой служит электростатическим экраном и защищает трубку от внешних электрических полей. Для защиты от внешних магнитных полей трубку помещают в кожух из магнитомягкого материала.

Для получения изображения на экране исследуемый сигнал подается на вертикально отклоняющие пластины, а на горизонтально отклоняющие пластины подается напряжение, линейно возрастающее во времени (напряжение развертки).

Помимо электронно-лучевой трубки в блок-схеме осциллографа (рис. 3.2) можно выделить следующие основные части:

- 1) канал вертикального отклонения (канал Y), включающий делитель напряжения $ДН$, усилитель $У_Y$, линию задержки $ЛЗ$;
- 2) канал горизонтального отклонения (канал X), включающий генератор развертки $ГР$ и усилитель $У_X$.

Необходимость введения усилителей $У_Y$ и $У_X$ объясняется малой чувствительностью трубки. В качестве усилителей $У_Y$ в универсальных осциллографах используются, как правило, усилители с полосой пропускания от постоянного тока до нескольких мегагерц с большим (не менее 1 МОм) входным сопротивлением. Изменение чувствительности канала Y производится с помощью делителя напряжений $ДН$ и плавного регулятора усиления.

Канал X может работать в двух режимах – развертки и усиления сигнала, поданного на «Вход X ». Режим работы выбирается с помощью переключате-

ля $SA2$: положение 1 соответствует режиму развертки, положение 2 – усилению сигнала. В режиме развертки напряжение генератора развертки $ГР$ через U_X подается на горизонтально отклоняющие пластины.

Для получения на экране неподвижного изображения необходимо, чтобы период развертки был равен периоду исследуемого сигнала или кратен ему.

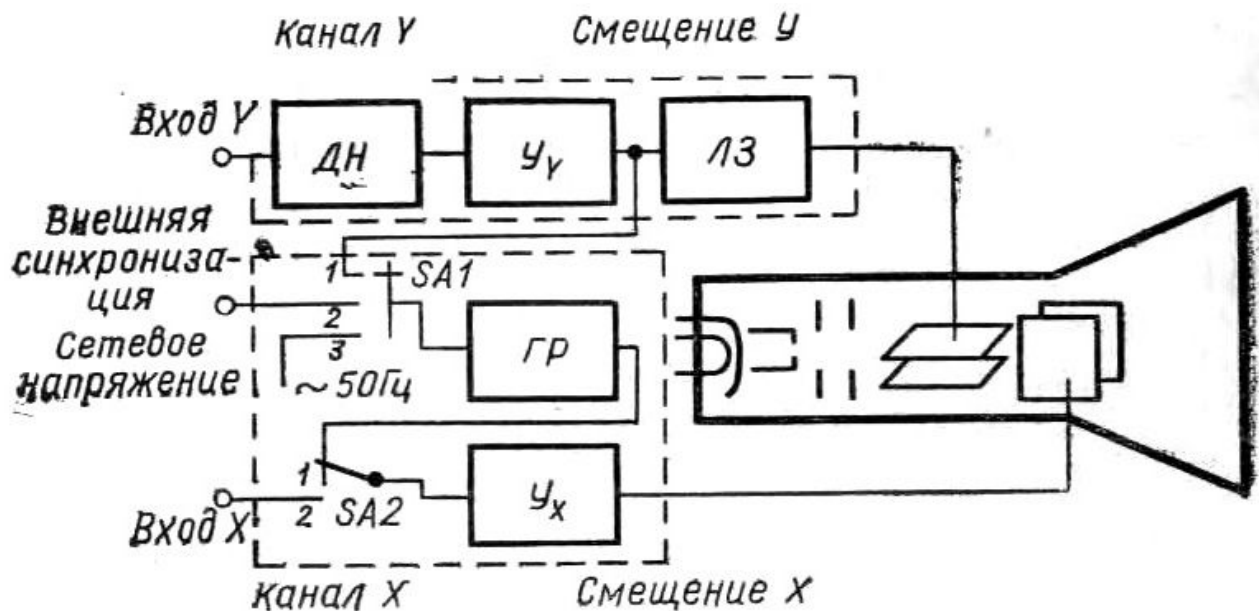


Рис. 3.2. Блок-схема электронного осциллографа

Для осуществления такой синхронизации в схему генератора $ГР$ вводится синхронизирующий (запускающий) сигнал. В качестве такого сигнала используется исследуемый сигнал или внешний сигнал, частота которого равна или кратна частоте исследуемого сигнала. Выбор синхронизирующего сигнала осуществляется переключателем $SA1$, расположенным на передней панели осциллографа и имеющим надпись «Синхронизация». Синхронизация работы генератора развертки исследуемым сигналом (положение 1 переключателя $SA1$) называется внутренней. При внешней синхронизации (положение 2 переключателя $SA1$) синхронизирующий сигнал подается на вход «Внешняя синхронизация». В качестве такого сигнала возможно также использование сетевого напряжения (положение 3 переключателя $SA1$). Частота генератора развертки в универсальных осциллографах обычно изменяется от 1 с/см до 10 нс/см.

Генератор развертки имеет два режима работы – непрерывный и ждущий. Режим непрерывной развертки используется при исследовании непрерывных периодических процессов или периодической последовательности импульсов, имеющих малую скважность. В этом случае генератор развертки работает в автоколебательном режиме, а синхронизирующий сигнал используется для задания и поддержания частоты генератора, равной или кратной частоте сигнала.

Ждущий режим генератора развертки используется при исследовании непериодических сигналов и импульсов с большой скважностью или одиночных импульсов. В этом случае генератор находится в ждущем состоянии, а при по-

ступлении исследуемого или внешнего синхронизирующего импульса генерирует только один период развертки.

На рис. 3.3 приведены временные диаграммы сигналов для этих двух режимов при внутренней синхронизации.

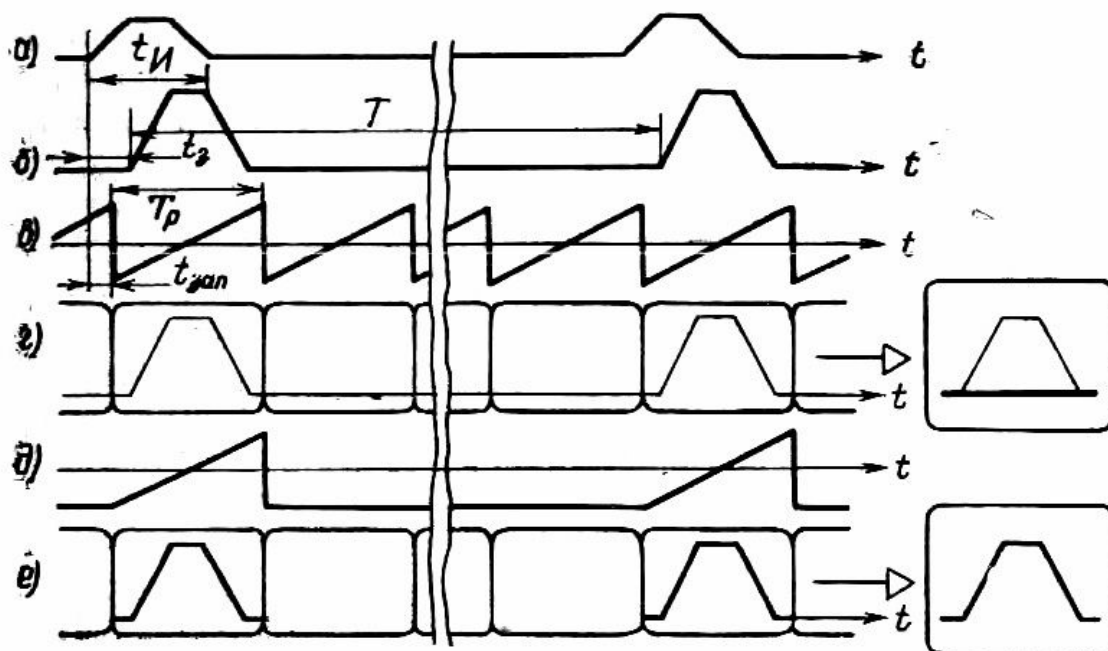


Рис. 3.3. Виды развертки:

а-г – непрерывная развертка, д-е – ждущая развертка

Исследуемый сигнал (рис. 3.3а) усиливается усилителем U_Y , задерживается линией задержки (рис. 3.3б) и поступает на вертикально отклоняющие пластины. Задержка сигнала необходима, так как напряжение развертки генерируется только после некоторого времени запаздывания t_{zan} , в результате чего начальная часть исследуемого импульса на экране может отсутствовать. Задержка сигнала на время, большее, чем t_{zan} , позволяет получить на экране изображение начальной части сигнала, поскольку в этом случае сигнал на пластины поступает после начала развертки.

Для получения изображения, занимающего большую часть экрана, необходимо, чтобы длительность развертки T_p была несколько больше длительности импульса t_H . Если скважность импульсов велика ($T/t_H \gg 1$), то при непрерывном режиме работы генератора развертки (рис. 3.3в) изображение импульса будет бледным по сравнению с горизонтальной линией, которая прочерчивается много раз за один период следования импульсов (на рис. 3.3г приведена последовательность кадров, создающих видимое изображение, показанное в конце диаграммы).

При ждущем режиме работы генератора развертки (рис. 3.3д) за счет увеличения яркости можно добиться хорошего изображения исследуемого импульса (на рис. 3.3е приведены последовательность кадров и полученное на экране изображение).

Измерения амплитуды сигнала и временных интервалов

По осциллограмме исследуемого напряжения можно измерить его параметры. Для импульсных сигналов такими параметрами являются амплитуда, длительность, период повторений, длительность фронта.

Амплитуда импульса может быть определена с помощью масштабной сетки на экране осциллографа. Измеряют расстояние Y_m , соответствующее пиковому значению сигнала, а затем вычисляют амплитуду импульса

$$U_m = S_Y Y_m,$$

где S_Y – чувствительность канала Y .

Временные соотношения определяются интервалами времени, в которые исследуемый сигнал достигает некоторых заданных уровней. Например, при измерении длительности фронта импульса эти уровни могут выбираться как 0,1 и 0,9 от амплитуды импульса U_m (рис. 3.4).

Если скорость развертки осциллографа равна V_x [время/дел], то длительность временного интервала между двумя точками на экране может быть вычислена по формуле

$$T_x = (X_2 - X_1) V_x,$$

где X_1 и X_2 – расстояние на экране между этими точками.

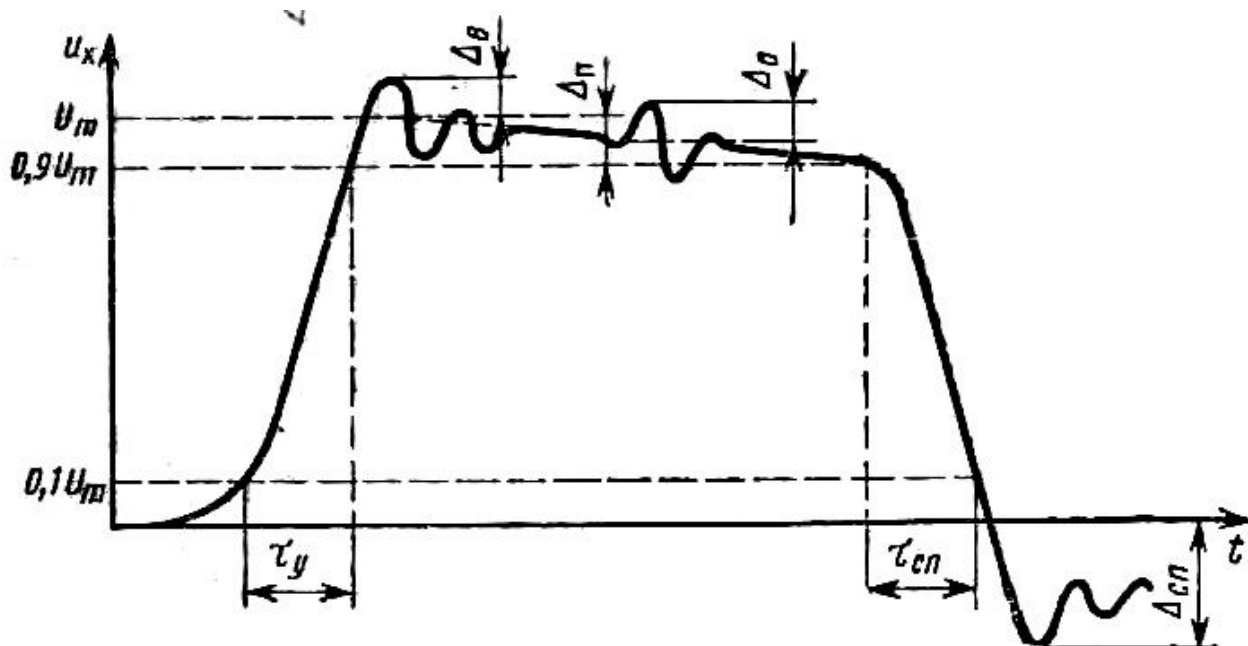


Рис. 3.4. Прямоугольный импульс на экране осциллографа

При измерениях с помощью осциллографа возникают две группы погрешностей. Первая обусловлена неточным воспроизведением на экране формы исследуемого сигнала, вторая – погрешностями самих измерений по осциллограмме.

Погрешности первой группы возникают из-за неравномерности амплитудно-частотных характеристик канала Y и электронно-лучевой трубки, нелинейности их амплитудных характеристик, нелинейности развертки. Эти по-

грешности принято оценивать по искажению осциллографом идеального прямоугольного импульса. Осциллограмма такого импульса (рис. 3.4) характеризуется следующими основными параметрами:

- временем установления τ_y ,
- длительностью спада $\tau_{сп}$,
- выбросом на вершине Δ_v ,
- выбросом на спаде $\Delta_{сп}$,
- спадом плоской вершины $\Delta_{п}$,
- осцилляциями на плоской вершине Δ_o .

Время установления τ_y и длительность спада $\tau_{сп}$ определяются верхней граничной частотой f_v канала Y осциллографа и электронно-лучевой трубки:

$$\tau_y \approx \tau_{сп} \approx 0,4/f_v.$$

Если длительность фронта исследуемого импульса $\tau_{фи} > 3 \tau_y$, то искажения на осциллограмме будут несущественными.

Спад плоской вершины импульса $\delta U_{п} = \Delta_{п}/U_m$ зависит от его длительности и нижней граничной частоты f_n полосы пропускания канала Y . Если $\delta U_{п} < 20\%$, можно пользоваться соотношением

$$\delta U_{п} = 2 \pi f_n \tau_{п},$$

где $\tau_{п}$ – длительность импульса.

Выброс Δ_v обусловлен переходными процессами в усилителе. Его значение приводится в паспортных данных осциллографа. Оно может достигать 10...15 % от U_m при длительности фронта входного импульса, много меньшей времени установления.

Осцилляции на плоской вершине импульса Δ_o часто появляются в широкополосных осциллографах с усилителями с распределенными постоянными при неполном согласовании коллекторной и эмиттерной линий. Такой же эффект возникает в стробоскопических осциллографах из-за отражений в линии передачи от источника сигнала к осциллографу.

Порядок выполнения работы

1. Подсоедините шнур питания осциллографа к сети 220 В 50 Гц.
2. Установите ручки «☀», «⊙» в среднее положение, кнопочный переключатель рода работы – в положение «I», переключатель «Синхронизация» – в положение «Внутр. I», переключатель «Время/дел» – в положение «1 mS». Включите осциллограф. После трехминутного прогрева добейтесь появления на экране горизонтальной линии. Ручкой «↓» канала I поставьте линию развертки на середину экрана. Ручками «☀» и «⊙» установите яркость и четкость изображения, удобные для наблюдения.

3. Откалибруйте чувствительность канала I и развертку.

3.1. Для калибровки чувствительности канала I установите переключатель «V/дел» канала I в положение «▼ 6 дел». Ручку «▽» плавной регулировки усиления канала I поверните вправо до упора и щелчка. Переключатель «└┐ –» на левой стенке осциллографа установите в положение «└┐». При этом верти-

кальный размер сигнала на экране должен быть равным 6 делениям. Если величина изображения сигнала не равна 6 делениям, то потенциометром «▼», выведенным под шлиц на переднюю панель, установите величину изображения по вертикали, равную 6 делениям.

3.2. Калибровку чувствительности канала II производите в положении «II» кнопочного переключателя рода работы аналогично п. 3.1 с помощью ручки потенциометра «▼», относящейся к каналу II, выведенного на переднюю панель под шлиц.

3.3. Для калибровки развертки установите переключатель канала I в положение «▼ 6 дел». Переключатель скорости развертки установите в положение «1 mS». Ручку, совмещенную с переключателем развертки, поверните вправо до упора и щелчка. Кнопочный переключатель рода работы усилителя переведите в положение «I». Установите на экране устойчивое изображение. С помощью ручки «↔» совместите один из фронтов импульса на начальном участке развертки с первой вертикальной линией сетки на экране. Отсчитайте 10 периодов сигнала калибратора и потенциометром «▼ x 1» на правой стенке прибора добейтесь, чтобы начало десятого периода совпадало с десятой вертикальной линией сетки на экране. Переключатель синхронизации должен быть в положении «Внутр. I, II».

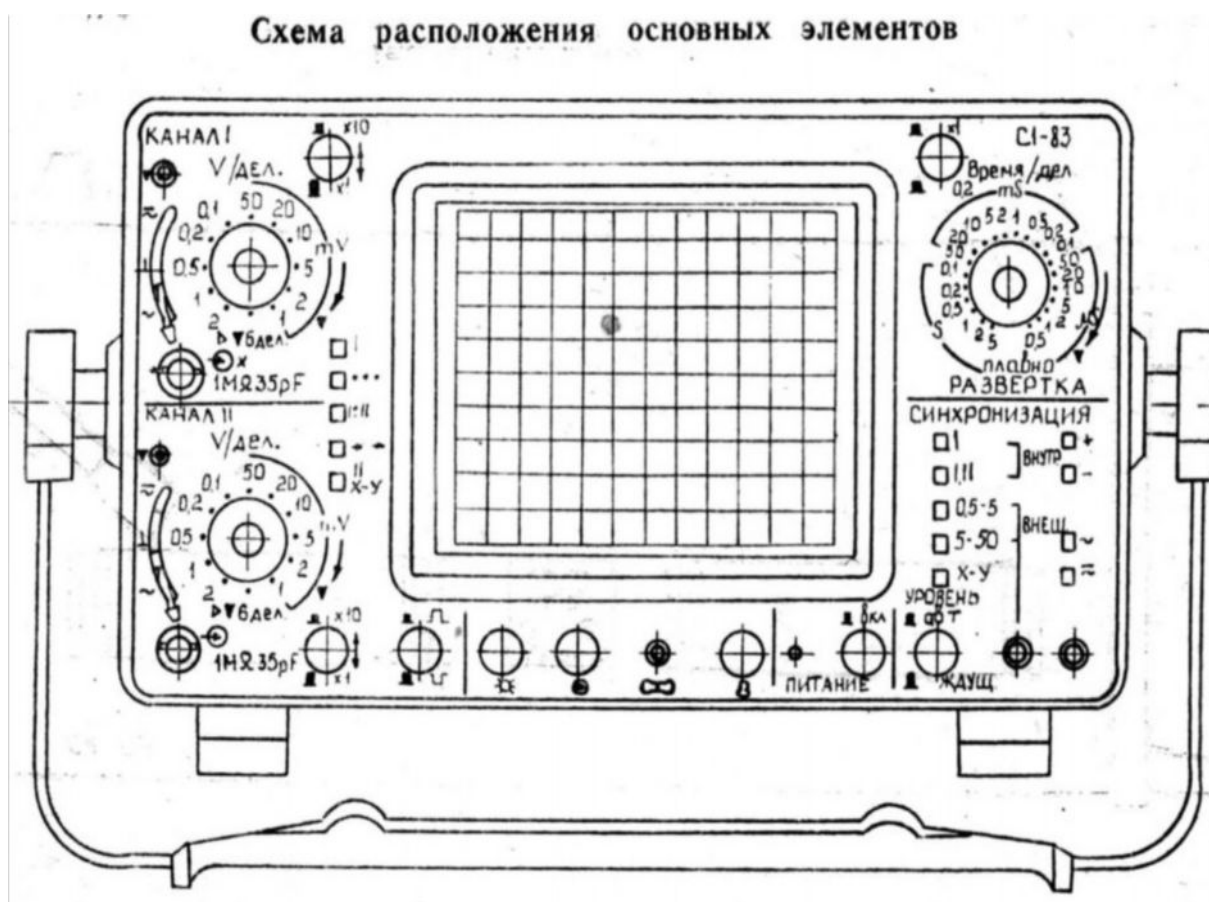


Рис. 3.5. Осциллограф C1-83 (вид спереди)

Установите переключатель «х 1, х 0,2», совмещенный с ручкой « \leftrightarrow », в положение «х 0,2». Установите переключатель развертки в положение «5 mS». С помощью потенциометра « ∇ х 0,2» на правой стенке прибора добейтесь, чтобы 10 периодов сигнала совпадало с 10 горизонтальными делениями сетки экрана.

3. Подключите сигнальный кабель канала I осциллографа к выходу генератора синусоидального сигнала. Включите генератор и установите на нем заданные в табл. 3.1 и 3.2 значения напряжения и частоты. Получите на экране осциллографа устойчивое изображение 2-3 периодов сигнала. Для этого необходимо:

- Подать сигнал на гнездо « \ominus 1 М Ω 35 pF» канала I.
- Установить переключатель режима работы усилителя в положение «I».
- Поставить переключатели «V/дел» и «х 1, х 10» канала I в такое положение, чтобы размах изображения составлял больше половины размера вертикальной шкалы экрана.
- Поставить переключатель « $\simeq \perp \sim$ » в положение « \sim ».
- Ручкой «Уровень» установить устойчивое изображение. Переключатель синхронизации должен быть в положении «Внутр. I». Поставить переключатель «Время/дел» в положение, при котором наблюдается 2-3 периода исследуемого сигнала.

4. Измерьте с помощью осциллографа напряжение генератора синусоидальных колебаний и полученные данные поместите в табл. 3.1. Для этого:

- Выполните п. 3.
- Установите ручку « \updownarrow » вертикального смещения канала I так, чтобы минимальный уровень сигнала совпадал с одной из нижних линий, а максимальный – находился в пределах экрана. Ручкой « \leftrightarrow » горизонтального перемещения сместите изображение таким образом, чтобы один из верхних пиков находился на средней вертикальной линии сетки.
- Измерьте расстояние в делениях между нижней и верхней точками сигнала. Ручка « ∇ » плавной регулировки усиления должна быть установлена в крайнее правое положение.
- Умножьте измеренное расстояние на показания переключателей «V/дел» и «х 1, х 10». Амплитудное значение сигнала U_{\max} равно половине полученного результата. Запишите значение U_{\max} в табл. 3.1.

5. Сравните результат с показаниями вольтметра. Вычислите абсолютную ΔU_x и относительную δU_x погрешности результата.

6. Измерьте с помощью осциллографа частоту синусоидальных колебаний генератора и полученные данные поместите в табл. 3.2. Для этого необходимо:

- Подать исследуемый сигнал на гнездо « \ominus 1 М Ω 35 pF» канала I.
- Установить переключатель «V/дел» в такое положение, чтобы изображение на экране по вертикали составило 5-7 делений.
- Установить переключатель «Время/дел» в такое положение, при котором расстояние по горизонтали между точками, отстоящими одна от другой на 1 период, было меньше 10 делений.

- Установить ручкой «Уровень» устойчивое изображение на экране.
- Переместить ручкой « \updownarrow » канала I изображение так, чтобы точки, между которыми измеряется расстояние, находились на горизонтальной центральной линии сетки.
- Измерить расстояние между точками, отстоящими друг от друга на 1 период.
- Умножить измеренное расстояние на значение скорости развертки и положение переключателя «х 1, х 0,2». Результат T_x записать в табл. 3.2.
- Рассчитать частоту сигнала F_x по формуле

$$F_x = \frac{1}{T_x}.$$

7. Сравните результат с показаниями шкалы генератора. Вычислите абсолютную ΔF_x и относительную δF_x погрешности результата.

Внимание! Для кнопочных переключателей недопустимо одновременное нажатие двух и более кнопок.

Таблица 3.1

Параметр сигнала	Значение напряжения U_r , В						
	0,5	1	3	4	5	6	7
U_{\max} , В							
$U_{\text{эф}} = U_{\max}/\sqrt{2}$, В							
$\Delta U_x = U_{\text{эф}} - U_r$, В							
δU_x , %							

Таблица 3.2

Параметр сигнала	Значение частоты колебаний, F_r , кГц						
	0,3	0,5	2	5	10	15	20
T_x , мс							
$F_x = \frac{1}{T_x}$, кГц							
$\Delta F_x = F_x - F_r$, Гц							
δF_x , %							

Погрешности измерений

Абсолютная погрешность:

$$\Delta X = X - X_0,$$

где X – результат измерений осциллографом, X_0 – результат измерений образцовым прибором.

Относительная погрешность:

$$\frac{\Delta X}{X_0}.$$

Контрольные вопросы

1. Назначение электронного осциллографа.
2. Устройство электронно-лучевой трубки.
3. Блок-схема электронного осциллографа.
4. Работа непрерывной и ждущей развертки.
5. Чем отличается двухканальный осциллограф от двухлучевого?
6. Искажения, вносимые осциллографом, в форму исследуемого импульса.
7. Измерение с помощью осциллографа напряжения сигнала.
8. Измерение с помощью осциллографа временных интервалов.
9. Перечислите источники погрешностей при измерении осциллографом напряжений и временных интервалов.

Литература

1. Мирский Г.Я. Радиоэлектронные измерения. – М.: Энергия, 1975. – 600 с.
2. Дворяшин Б.В., Кузнецов Л.И. Радиотехнические измерения. – М.: Советское радио, 1978. – 360 с.
3. Электрические измерения (с лабораторными работами) / Под ред. В.Н.Малиновского. – М.: Энергоиздат, 1983. – 392 с.
4. Кукуш В.Д. Электрорадиоизмерения. – М.: Радио и связь, 1985. – 368 с.
5. Кассандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. – М.: Наука, 1970. – 104 с.

ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОСТОЯННЫХ И ПЕРЕМЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Цель работы

Измерение постоянного напряжения и параметров переменных сигналов цифровым вольтметром и осциллографом.

Параметры переменных сигналов

Меняющиеся во времени сигналы (рис. 4.1) характеризуются следующими параметрами:

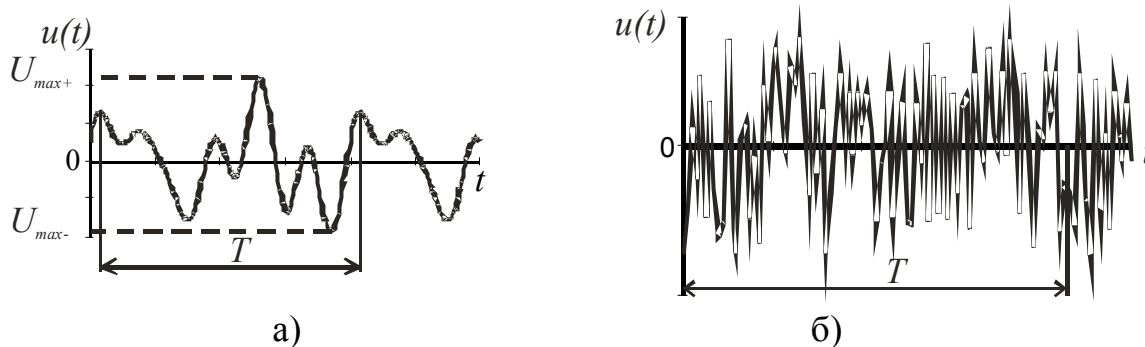


Рис. 4.1. Переменные сигналы

- 1) Мгновенное значение $u(t)$.
- 2) Максимальное (пиковое) значение U_{\max} . Если сигнал несимметричен относительно оси Ox , используются два значения – $U_{\max+}$ и $U_{\max-}$ (рис. 4.1а).
- 3) Среднее значение

$$U_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt, \quad (4.1)$$

где T – период сигнала (рис. 4.1а) или время измерения непериодического сигнала (рис. 4.1б).

- 4) Эффективное значение

$$U_{эф} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [u(t)]^2 dt}. \quad (4.2)$$

Порядок выполнения работы

1. Измерение постоянного сигнала

1.1. Собрать схему для измерения напряжения сухого элемента (рис. 4.2).

1.2. Цифровой вольтметр В7-27 поставить в режим измерения постоянного напряжения.

1.3. Установить переключатель режима работы осциллографа С1-83 в положение «Открытый вход» (□).

1.4. Линию развертки осциллографа при отсутствии входного сигнала установить в нижней части экрана.

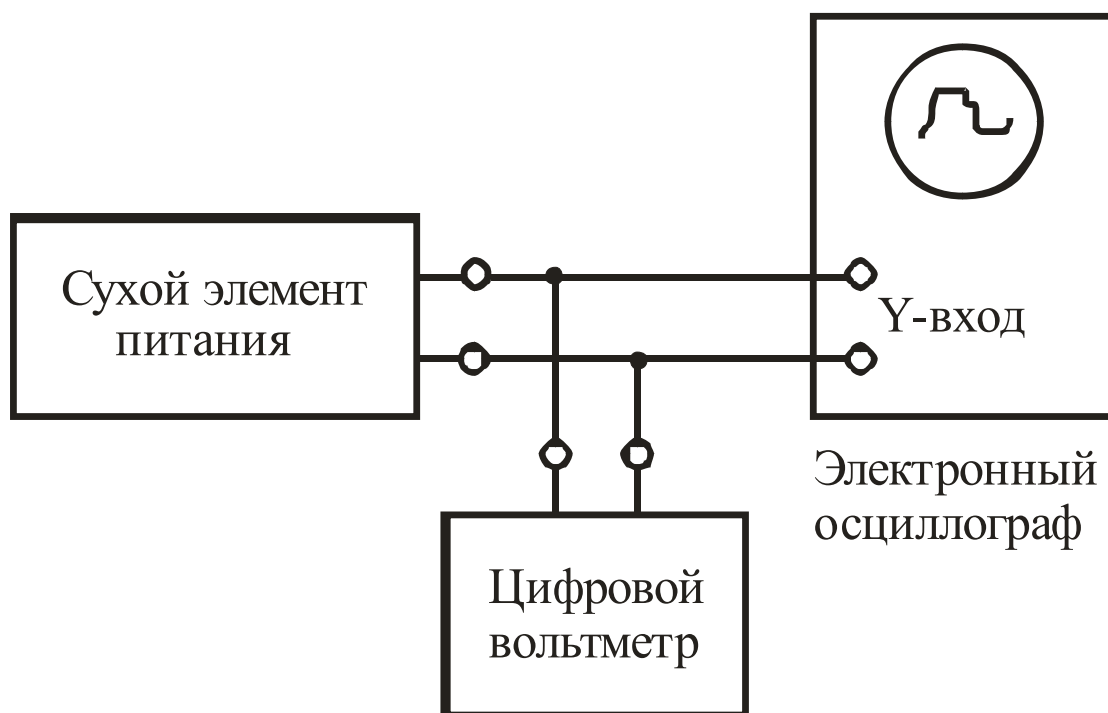


Рис. 4.2. Измерение постоянного напряжения

1.5. Выбрать такую полярность сигнала от сухого элемента, чтобы при его подаче на Y-вход осциллографа линия развертки отклонялась вверх.

1.6. Выбрать такое положение переключателя чувствительности осциллографа, чтобы линия развертки при подаче сигнала отклонялась на большую часть экрана.

1.7. Измерить отклонение линии развертки (в сантиметрах) и определить напряжение источника постоянного напряжения, используя установленные значения чувствительности осциллографа. Записать результаты измерений.

1.8. Измерить напряжение сухого элемента цифровым вольтметром. Записать результат.

1.9. Оценить абсолютную и относительную погрешности измерения напряжения осциллографом по формулам (4.3) и (4.4), считая цифровой вольтметр образцовым прибором.

1.10. Оценить погрешность измерения напряжения осциллографом как результат косвенных измерений по формуле (4.6). Определить, существует ли систематическая погрешность измерений.

2. Измерение переменных сигналов

2.1. Собрать схему для измерения параметров переменных электрических сигналов (рис. 4.3). При соединении кабелей обратить внимание на правильное соединение сигнальных и земляных выводов.

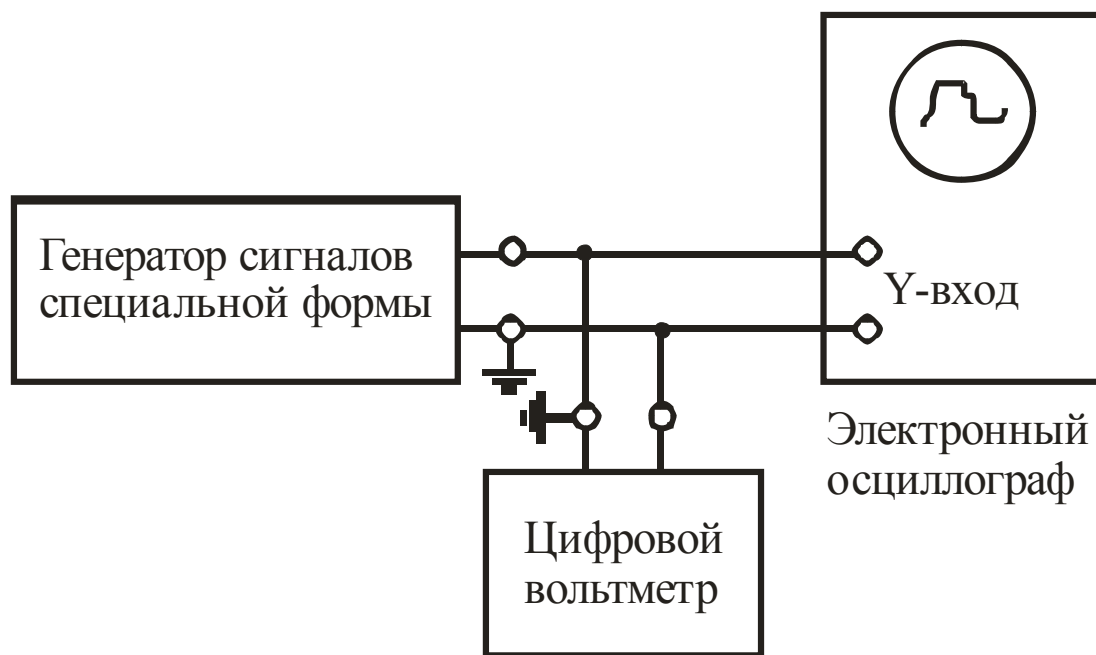


Рис. 4.3. Измерение переменных сигналов

2.2. Цифровой вольтметр поставить в режим измерений переменного напряжения.

2.3. Переключатель режимов работы осциллографа установить в положение «Открытый вход» (□).

2.4. На генераторе Г6-28 установить вид сигнала 1 (рис. 4.4).

2.5. Установить такую амплитуду сигнала генератора и такую чувствительность осциллографа, чтобы сигнал занимал большую часть экрана по вертикали.

2.6. Установить скорость развертки осциллографа, при которой на экране видно несколько периодов сигнала. Ручкой регулировки «Уровень» осциллографа установить стабильную картину на экране.

2.7. По картине на экране определить период сигнала. Проверить - соответствует ли он частоте генератора. Записать значения периода и частоты.

2.8. Измерить с помощью осциллографа амплитуду сигнала U_{\max} . Записать результат в таблицу.

2.9. Измерить напряжение сигнала цифровым вольтметром. Записать результат в таблицу.

2.10. Повторить измерения по пп. 2.8 и 2.9 для сигналов 2, 3 и 4 генератора (рис. 4.5, 4.6 и 4.7). Записать результаты в таблицу.

2.11. Вычислить эффективные значения напряжения сигналов 1, 2, 3 и 4 на экране осциллографа по формуле (4.2). Результаты записать в таблицу. Проверить их соответствие значениям, измеренным вольтметром, с учетом погрешности измерений с помощью осциллографа. Погрешность считать такой же, как и при измерении постоянного сигнала.

№	Вид сигнала	Осциллограф		Вольтметр	$ U_{\text{эф.осц.}} - U_{\text{эф.в.}} , \text{ В}$
		$U_{\text{max}}, \text{ В}$	$U_{\text{эф.осц.}}, \text{ В}$	$U_{\text{эф.в.}}, \text{ В}$	
1	2	3	4	5	6
1					
2					
3					
4					

Сигнал 1

$$u(t) = U_{\text{max}} \sin \frac{2\pi t}{T}$$

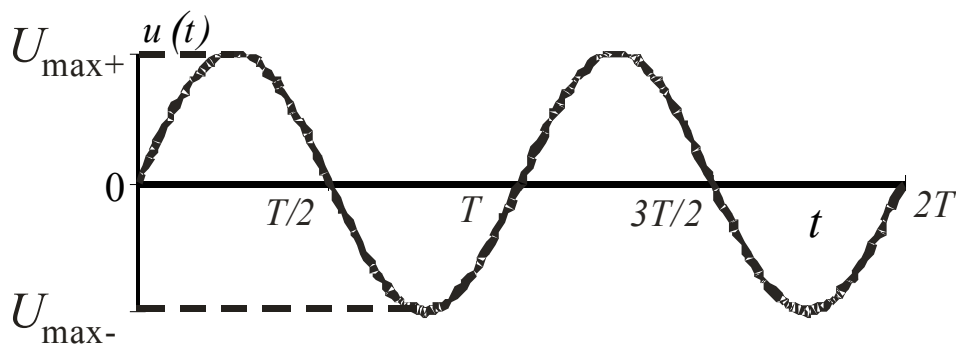


Рис. 4.4. Синусоидальный сигнал

Сигнал 2

$$u(t) = \begin{cases} 4U_{\max} \frac{t}{T} & \text{при } 0 < t \leq \frac{T}{4} \\ 2U_{\max} \left(1 - \frac{2t}{T}\right) & \text{при } \frac{T}{4} < t \leq \frac{3T}{4} \\ 4U_{\max} \left(\frac{t}{T} - 1\right) & \text{при } \frac{3T}{4} < t \leq T \end{cases}$$

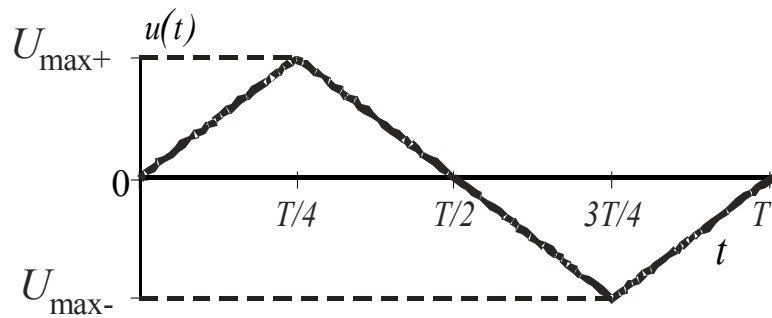


Рис. 4.5. Симметричный пилообразный сигнал

Сигнал 3

$$u(t) = \begin{cases} U_{\max} & \text{при } 0 < t \leq \frac{T}{2} \\ -U_{\max} & \text{при } \frac{T}{2} < t \leq T \end{cases}$$

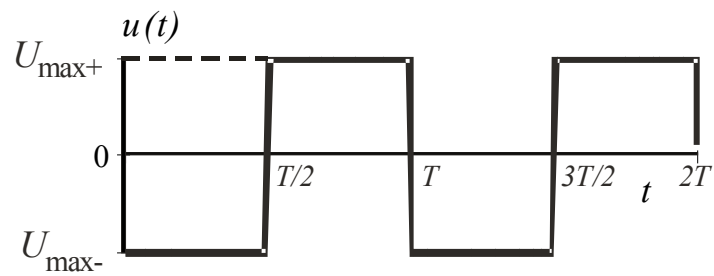


Рис. 4.6. Сигнал «меандр»

Сигнал 4

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < t \leq \frac{T}{2} \\ U_{\max} \left(\frac{2t}{T} - 1 \right) & \text{при } \frac{T}{2} < t \leq T \end{cases}$$

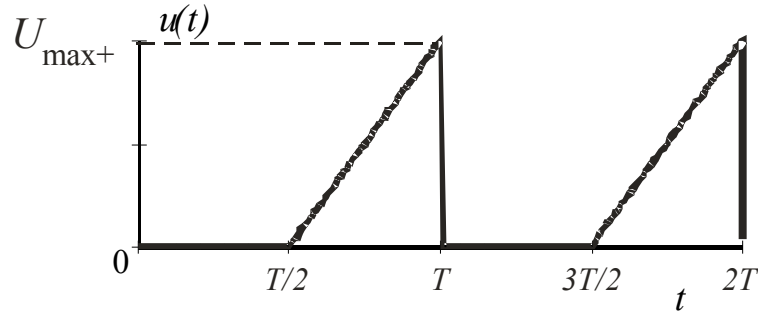


Рис. 4.7. Несимметричный пилообразный сигнал

3. Погрешности измерений

Абсолютная погрешность:

$$\Delta U = U - U_0, \quad (4.3)$$

где U – результат измерения напряжения осциллографом, U_0 – результат измерения напряжения образцовым прибором.

Относительная погрешность:

$$\frac{\Delta U}{U_0}. \quad (4.4)$$

Погрешность измерения функции $g = g(x, y, \dots, v)$ - погрешность косвенных измерений:

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x} \Delta x \right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y} \Delta y \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial g}{\partial v} \Delta v \right)^2}. \quad (4.5)$$

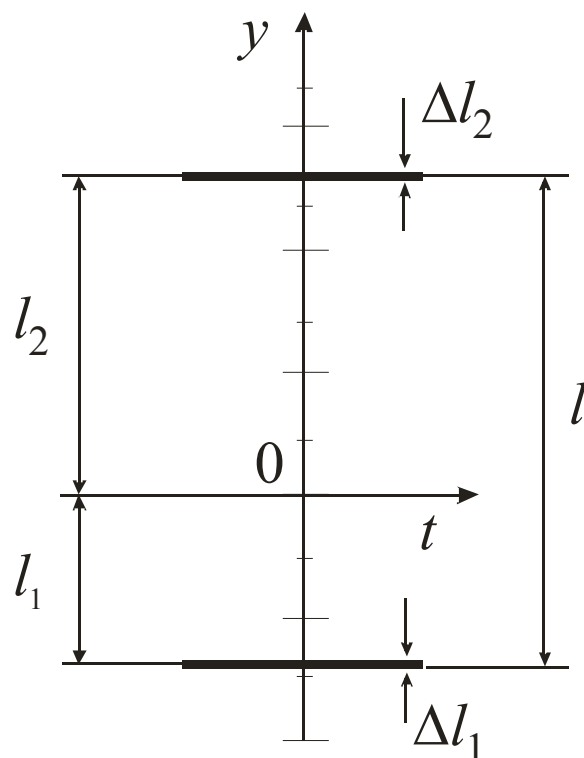


Рис. 4.8. К расчету погрешности измерения напряжения осциллографом:

l_1 – положение линии развертки при отсутствии сигнала,

l_2 – положение линии развертки при наличии сигнала,

$\Delta l_1, \Delta l_2$ – толщина линии развертки.

Отклонение линии развертки при включении сигнала: $l = l_2 - l_1$.

Напряжение: $U = S l$, где S – чувствительность осциллографа, В/см.

Согласно формуле (4.5):

$$\Delta l = \sqrt{\left(\frac{\partial l}{\partial l_1} \Delta l_1\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial l_2} \Delta l_2\right)^2} = \sqrt{(\Delta l_1)^2 + (\Delta l_2)^2}. \quad (4.6)$$

$\Delta U = S \Delta l$ – абсолютная погрешность,

$\frac{\Delta U}{U}$ – относительная погрешность.

Оформление работы

В тетради должны быть:

- блок-схемы установок;
- результаты измерений постоянного напряжения;
- результаты измерений периода переменного сигнала;
- значение частоты сигнала генератора и вычисленное по ней значение периода сигнала;

- ход вычислений эффективных значений сигналов 1, 2, 3 и 4;
- ход вычислений погрешности измерений напряжения осциллографом.

Контрольные вопросы

1. Что такое период сигнала, частота сигнала? Как связаны между собой эти величины?
2. Что такое максимальное значение (амплитуда) сигнала?
3. Формула для вычисления эффективного значения сигнала.
4. Что такое абсолютная погрешность?
5. Что такое относительная погрешность?

Литература

1. Мирский Г.Я. Радиоэлектронные измерения. – М.: Энергия, 1975. – 600 с.
2. Кукуш В.Д. Электрорадиоизмерения. – М.: Радио и связь, 1985. – 368 с.
3. Кассандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. – М.: Наука, 1970. – 104 с.

ИЗМЕРЕНИЕ РАЗНОСТИ ФАЗ СИГНАЛОВ

Цель работы

Измерение разности фаз двух синусоидальных сигналов осциллографическими методами.

Осциллографические методы измерения разности фаз

Разностью фаз двух синусоидальных сигналов $u_1 = U_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ и $u_2 = U_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$ называется разность их аргументов:

$$\varphi = (\omega_1 t + \varphi_1) - (\omega_2 t + \varphi_2) = (\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 - \varphi_2).$$

При $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ разность фаз $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ от времени не зависит.

Обозначим через t_1 и t_2 моменты времени, когда оба сигнала имеют одинаковую фазу (рис. 5.1). Тогда

$$\omega t_1 + \varphi_1 = \omega t_2 + \varphi_2,$$

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \omega(t_2 - t_1) = \frac{2\pi(t_2 - t_1)}{T},$$

или в градусной мере, обозначив $T_1 = t_2 - t_1$, получаем:

$$\varphi^\circ = 360^\circ \cdot \frac{T_1}{T}. \quad (5.1)$$

Смысл величин T_1 и T ясен из рис. 5.1.

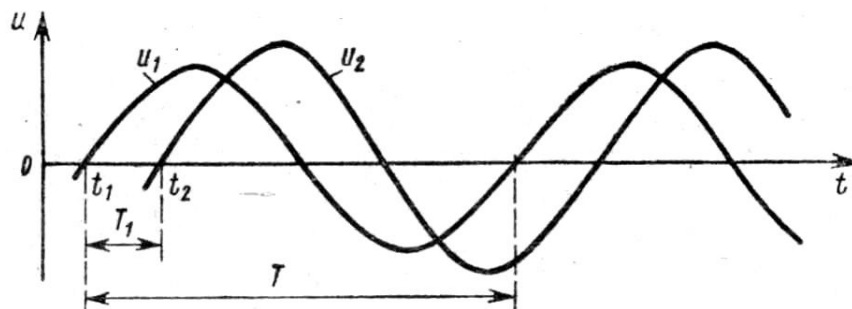


Рис. 5.1. Сигналы с разными фазами

Другой метод измерения разности фаз между двумя синусоидальными сигналами основан на наблюдении на экране осциллографа фигур Лиссажу. Для этого один сигнал

$$u_1 = U_1 \cos \omega t$$

подается на горизонтально отклоняющие пластины, а другой сигнал

$$u_2 = U_2 \cos(\omega t + \varphi)$$

подается на вертикально отклоняющие пластины. В результате уравнения движения светящейся точки на экране по горизонтали и вертикали будут такими:

$$\begin{aligned}x &= x_{\max} \cos \omega t, \\y &= y_{\max} \cos(\omega t + \varphi).\end{aligned}$$

Исключая из этих уравнений время t , найдем траекторию движения светящейся точки:

$$y = y_{\max} \left[\frac{x}{x_{\max}} \cos \varphi \pm \sqrt{1 - \left(\frac{x}{x_{\max}} \right)^2} \sin \varphi \right]. \quad (5.2)$$

Уравнение (5.2) описывает эллипс с осями, наклоненными относительно координат x и y (рис. 5.2). По его виду можно определить разность фаз между сигналами u_1 и u_2 .

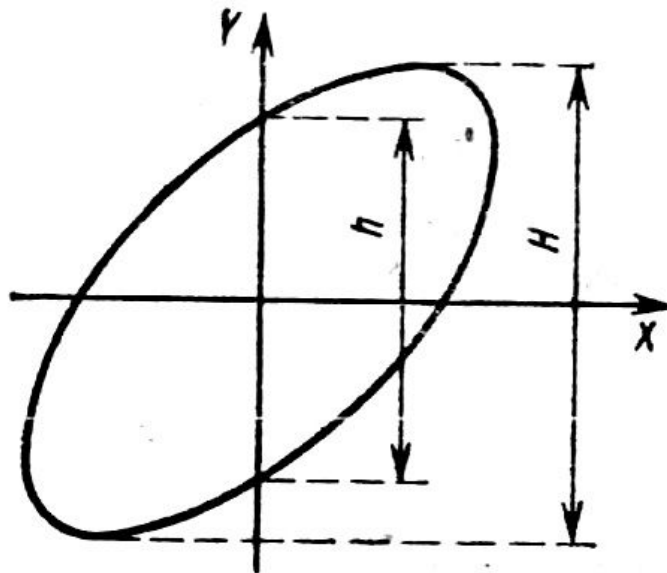


Рис. 5.2. Фигура Лиссажу

Из уравнения (5.2) видно, что при $x = 0$

$$y = \pm y_{\max} \sin \varphi = \pm \frac{h}{2}, \quad (5.3)$$

где h – ординаты точек пересечения эллипса с вертикальной осью,

$$y_{\max} = \pm \frac{H}{2}, \quad (5.4)$$

где H – максимальное отклонение по оси ординат.

Поделив (5.3) на (5.4), получим

$$\sin \varphi = \frac{h}{H},$$

или

$$\varphi = \arcsin \frac{h}{H}. \quad (5.5)$$

Погрешности измерений обоими методами составляют 5–10° и складываются из случайных и систематических погрешностей. Случайные погрешности возникают из-за неточности измерения отрезков T_1 , T , h и H на экране осциллографа. Систематические погрешности вызваны следующими причинами:

1. Сдвиги фаз сигналов в каналах осциллографа несколько отличаются друг от друга.
2. Взаимные наводки сигналов изменяют их фазы.
3. Нелинейности усилителей в каналах горизонтального и вертикального отклонений приводят к сдвигам фаз сигналов.

Фазосдвигающие RC -цепи

В лабораторной практике применяются устройства, позволяющие плавно изменять величину фазового сдвига между сигналами.

Простейшая фазосдвигающая RC -цепь показана на рис. 5.3. Ток в ней равен:

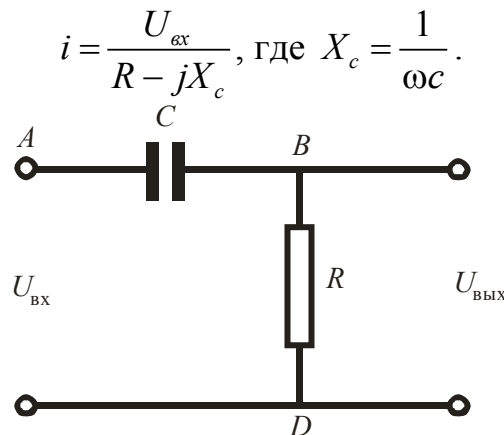


Рис. 5.3. Фазосдвигающая цепь № 1

Выходное напряжение будет таким:

$$U_{\text{вых}} = iR = U_{\text{вх}} \frac{R}{R - jX_c}.$$

Проделав некоторые преобразования и записав результат в показательной форме, получим:

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_{\text{вх}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC} \right)^2}} e^{i\varphi},$$

где

$$\varphi = \arctg \frac{1}{\omega RC}. \quad (5.6)$$

Векторная диаграмма напряжений в такой цепи показана на рис. 5.4.

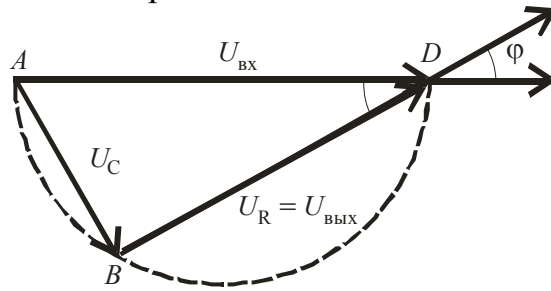


Рис. 5.4. Векторная диаграмма фазосдвигающей цепи № 1

Напряжение U_c между точками A и B отстает на угол 90° от напряжения U_R между точками B и D . Выходное напряжение опережает входное напряжение на угол φ . Из геометрических построений следует, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{|U_c|}{|U_R|} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{1}{\omega RC}.$$

Это выражение согласуется с выражением (5.6), которое получено иным способом.

Схема другого типа простой фазосдвигающей цепи показана на рис. 5.5.

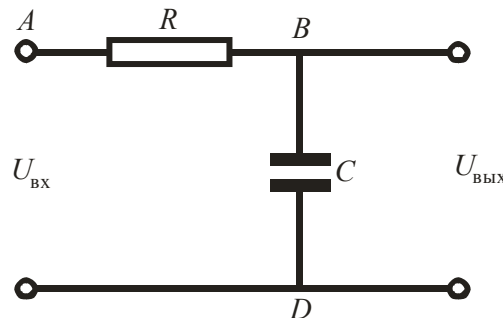


Рис. 5.5. Фазосдвигающая цепь № 2

Ток в ней равен:

$$i = \frac{U_{\text{вх}}}{R - jX_c}, \text{ где } X_c = \frac{1}{\omega c}.$$

Выходное напряжение:

$$U_{\text{вых}} = i(-jX_c) = U_{\text{вх}} \frac{-jX_c}{R - jX_c}.$$

В показательной форме это выражение выглядит так:

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_{\text{вх}}}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} e^{i\varphi},$$

где

$$\varphi = \operatorname{arctg}(\omega RC). \quad (5.7)$$

Это видно также на векторной диаграмме (рис. 5.6). Из нее следует, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{|U_R|}{|U_C|} = \frac{R}{\frac{1}{\omega C}} = \omega RC.$$

В этой схеме выходное напряжение отстает по фазе от входного напряжения.

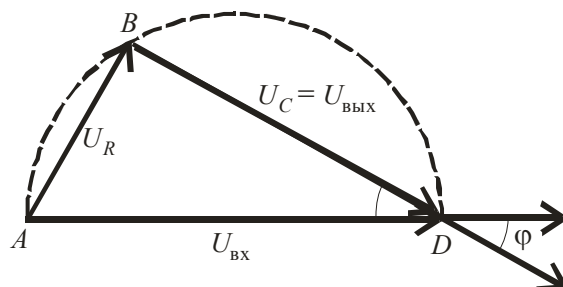


Рис. 5.6. Векторная диаграмма фазосдвигающей цепи № 2

Порядок выполнения работы

Часть 1

- 1.1. Собрать схему, показанную на рис. 5.7. Включить в нее RC -цепь № 1 с параметрами $R = 24 \text{ кОм}$, $C = 0,05 \text{ мкФ}$.
- 1.2. При отсутствии сигналов совместить линии разверток каналов 1 и 2 со средней горизонтальной линией сетки экрана осциллографа.
- 1.3. Установить частоту генератора 20 Гц. Подать сигналы на осциллограф.
- 1.4. Ручкой регулировки осциллографа «Уровень» установить стабильную картину на экране.
- 1.5. Регулируя усиление каналов 1 и 2 осциллографа и перемещая изображения по вертикали, установить одинаковые амплитуды сигналов каналов 1 и 2 и совместить их нулевые линии.
- 1.6. Измерить расстояния T_1 и T , входящие в формулу (5.1). Результаты записать в колонки 2 и 3 таблицы 1.
- 1.7. Повторить измерения в диапазоне частот от 20 Гц до 200 Гц с шагом 20 Гц. Результаты записать в колонки 2 и 3 таблицы 1.
- 1.8. Вычислить сдвиг фаз $\varphi_{\text{эсп}}$ между сигналами на входе и выходе RC -цепи по формуле (5.1). Результаты записать в колонку 4 таблицы 1.
- 1.9. Вычислить по формуле (5.6) теоретические значения сдвига фаз $\varphi_{\text{теор}}$ для тех же частот. Результаты записать в колонку 5 таблицы 1.
- 1.10. Построить графики зависимости $\varphi_{\text{эсп}}(f)$ и $\varphi_{\text{теор}}(f)$. Теоретическую зависимость показать сплошной линией, экспериментальную – крупными точками, не соединенными линиями между собой.

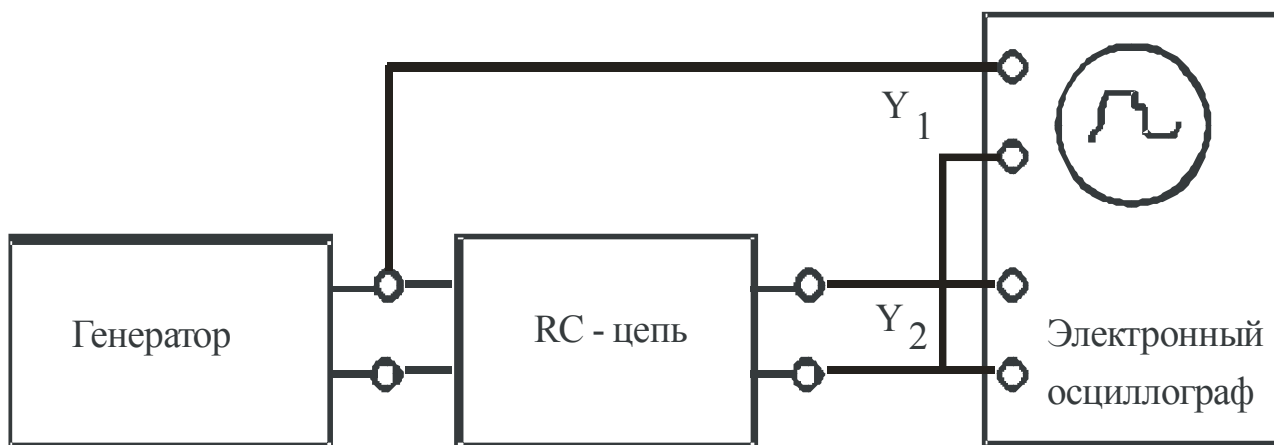


Рис. 5.7. Измерение разности фаз двухканальным осциллографом

Таблица 1

f , Гц	T_1 , мм	T , мм	$\varphi_{\text{эксп}}^\circ$	$\varphi_{\text{теор}}^\circ$
1	2	3	4	5
20				
40				
60				
...				
200				

- 1.11. Включить в схему рис. 5.7 RC -цепь № 2 с параметрами $R = 24 \text{ кОм}$, $C = 0,05 \text{ мкФ}$.
- 1.12. Провести измерения разности фаз в диапазоне частот от 20 Гц до 200 Гц с шагом 20 Гц. Результаты записать в колонки 2 и 3 таблицы 2. Вычислить сдвиг фаз $\varphi_{\text{эксп}}$ между сигналами на входе и выходе RC -цепи по формуле (5.1). Результаты записать в колонку 4 таблицы 1.

Таблица 2

f , Гц	T_1 , мм	T , мм	$\varphi_{\text{эксп}}^\circ$	$\varphi_{\text{теор}}^\circ$
1	2	3	4	5
20				
40				
60				
...				
200				

- 1.13. Вычислить по формуле (5.7) теоретические значения сдвига фаз $\varphi_{\text{эксп}}$ для этих частот. Результаты записать в колонку 5 таблицы 2.
- 1.14. Построить графики зависимости $\varphi_{\text{эксп}}(\varphi)$ и $\varphi_{\text{теор}}(\varphi)$ согласно указаниям п. 1.10.

Часть 2

- 2.1. Собрать схему, показанную на рис. 5.8. Включить RC -цепь № 1 с параметрами $R = 24 \text{ кОм}$, $C = 0,05 \text{ мкФ}$.
- 2.2. Установить частоту генератора 20 Гц.
- 2.3. Регулировкой амплитуды выходного сигнала генератора установить отклонение сигнала по горизонтали на большую часть экрана осциллографа. Установить сигнал симметрично относительно средней вертикальной линии сетки экрана, для чего использовать ручку смещения изображения по горизонтали.
- 2.4. Регулировками чувствительности Y -канала и смещения по вертикали установить изображение эллипса симметрично относительно средней горизонтальной линии сетки экрана.
- 2.5. Измерить на экране осциллографа размеры h и H (см. рис. 5.2) по вертикали. Результаты записать в колонки 2 и 3 таблицы 3.
- 2.6. Повторить измерения в диапазоне частот от 20 Гц до 200 Гц с шагом 20 Гц.
- 2.7. По формуле (5.5) вычислить сдвиг фаз $\varphi_{\text{эксн}}$ между сигналами на входе и выходе RC -цепи. Результаты записать в колонку 4 таблицы 3.

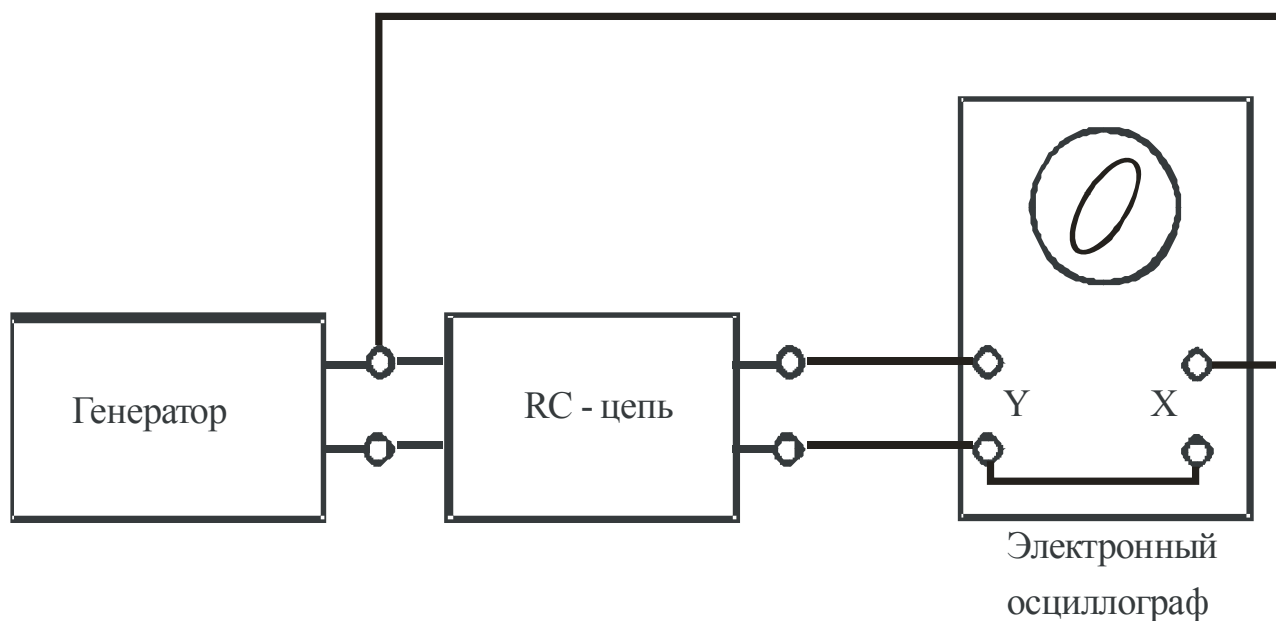


Рис. 5.8. Измерение разности фаз методом фигур Лиссажу

- 2.8. Вычислить по формуле (5.6) теоретические значения сдвига фаз $\varphi_{\text{теор}}$ для этих частот. Результаты записать в колонку 5 таблицы 3.
- 2.9. Построить графики зависимостей $\varphi_{\text{эксн}}(f)$ и $\varphi_{\text{теор}}(f)$. Теоретическую зависимость показать сплошной линией, экспериментальную – крупными точками, не соединенными линиями между собой.

Таблица 3

f , Гц	h , мм	H , мм	$\varphi_{\text{эксп}}^{\circ}$	$\varphi_{\text{теор}}^{\circ}$
1	2	3	4	5
20				
40				
60				
...				
200				

2.10. Включить в схему рис. 5.8 RC -цепь № 2 с параметрами $R = 24 \text{ кОм}$, $C = 0,05 \text{ мкФ}$.

2.11. Провести измерения разности фаз в диапазоне частот от 20 Гц до 200 Гц с шагом 20 Гц. Результаты записать в колонки 2-4 таблицы 4.

Таблица 4

f , Гц	h , мм	H , мм	$\varphi_{\text{эксп}}^{\circ}$	$\varphi_{\text{теор}}^{\circ}$
1	2	3	4	5
20				
40				
60				
...				
200				

2.12. Вычислить по формуле (5.7) теоретические значения сдвига фаз $\varphi_{\text{теор}}$ для этих частот. Результаты записать в колонку 5 таблицы 4.

2.13. Построить графики зависимостей $\varphi_{\text{эксп}}(f)$ и $\varphi_{\text{теор}}(f)$. Теоретическую зависимость показать сплошной линией, экспериментальную – крупными точками, не соединенными линиями между собой.

Погрешности измерений

1. Оценить погрешности измерений величин T_1 , T , h и H на экране осциллографа. Результаты записать в тетрадь.
2. Вывести формулы для оценки погрешности измерения сдвига фаз по формулам (5.1) и (5.5).
3. Оценить погрешности измерений сдвига фаз 1-й и 2-й RC -цепями на частоте 100 Гц. Результаты записать в тетрадь.
4. Вывести формулы для оценки погрешностей результатов расчетов по формулам (5.6) и (5.7). Оценить погрешности на частоте 100 Гц, считая, что

$$\frac{\Delta f}{f} = 1\%, \quad \frac{\Delta R}{R} = 10\%, \quad \frac{\Delta C}{C} = 10\%.$$

5. Результаты записать в тетрадь.
6. Установить, согласуются ли между собой результаты расчета и эксперимента с учетом их погрешностей.

Оформление работы

Отчет о работе должен содержать:

1. Блок-схемы измерительных установок.
2. Формулы для определения сдвига фаз RC -цепями экспериментальным и расчетным методами.
3. Зависимость сдвига фаз сигналов от частоты после прохождения их через RC -цепь в виде таблиц и графиков.
4. Вывод формул для оценки погрешностей эксперимента и расчета.
5. Результаты оценки погрешностей эксперимента и расчета на частоте 100 Гц.

Контрольные вопросы

1. Что такое фаза колебания?
2. Измерение разности фаз с помощью двулучевого осциллографа. Блок-схема установки. Вывод рабочей формулы.
3. Измерение разности фаз с помощью фигур Лиссажу. Блок-схема установки. Вывод рабочей формулы.
4. Что такое абсолютная погрешность результата измерений?
5. Что такое относительная погрешность результата измерений?
6. Что такое косвенные измерения?
7. Формула для оценки погрешности результата косвенных измерений.
8. Вывод формул для погрешностей измерений и расчетов разности фаз.

Литература

1. Мирский Г.Я. Электронные измерения. – М.: Энергия, 1975. – 600 с.
2. Дворяшин Б.В., Кузнецов Л.И. Радиотехнические измерения. – М.: Советское радио, 1978. – 360 с.
3. Кассандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. – М.: Наука, 1970. – 104 с.

Оценка погрешности косвенных измерений

Косвенными называются такие измерения, результат которых получается путем вычисления по некоторой формуле.

Если искомая величина z зависит от нескольких величин x, y, u, v , получающихся в результате прямых измерений, можно считать, что z является функцией нескольких переменных:

$$z = z(x, y, u, v).$$

Погрешность определения величины z определяется формулой [3]:

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u} \Delta u\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v} \Delta v\right)^2}, \quad (5.8)$$

где $\Delta x, \Delta y, \Delta u, \Delta v$ – погрешности определения величин x, y, u, v .

Пример

В прямоугольном треугольнике ABC (рис. 5.9) известны размеры сторон b и c :

$$b = 17,6 \pm 0,2 \text{ м},$$

$$c = 32,2 \pm 0,5 \text{ м}.$$

Найти значение угла α и погрешность его определения.

Решение

Стороны b, c и угол α связаны соотношением

$$\cos \alpha = \frac{b}{c},$$

откуда

$$\alpha = \arccos \frac{b}{c} = 56,867^\circ. \quad (5.9)$$

Результат в формуле (5.9) записан с явным избытком значащих цифр. Определить их необходимое количество позволяет оценка погрешности величины α .

Согласно формуле (5.8):

$$\Delta \alpha = \sqrt{\left(\frac{\partial \alpha}{\partial b} \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial c} \Delta c\right)^2}. \quad (5.10)$$

Частные производные $\frac{\partial \alpha}{\partial b}$ и $\frac{\partial \alpha}{\partial c}$, найденные по правилам дифференцирования сложной функции (5.9), равны:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial b} = - \frac{1}{c \sqrt{1 - \frac{b^2}{c^2}}} - \frac{1}{\sqrt{c^2 - b^2}},$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial c} = \frac{b}{c^2 \sqrt{1 - \frac{b^2}{c^2}}} = \frac{b}{c \sqrt{c^2 - b^2}}.$$

Подстановка этих выражений в (5.9) и последующие преобразования дают:

$$\Delta \alpha = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{(c \cdot \Delta b)^2 + (b \cdot \Delta c)^2}{c^2 - b^2}} = 0,0126 \text{ рад.} =$$

В таких вычислениях значения углов получаются в радианах. Перевод в градусную меру дает:

$$\Delta \alpha = 0,72^\circ.$$

В значении погрешности оставляют одну значащую цифру. Поэтому

$$\Delta \alpha = 0,7^\circ.$$

В соответствии с ее значением округляется результат вычисления угла α до одной цифры после запятой. Результат записывается так:

$$\alpha = 56,9^\circ \pm 0,7^\circ.$$

Относительная погрешность результата будет:

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{0,72}{56,87} = 0,013 = 1,3 \, \%.$$

При ее вычислении используемые величины берутся с одной лишней значащей цифрой.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ФИЛЬТРОВ

Цель работы

Измерение амплитудно-частотных характеристик RC -фильтров

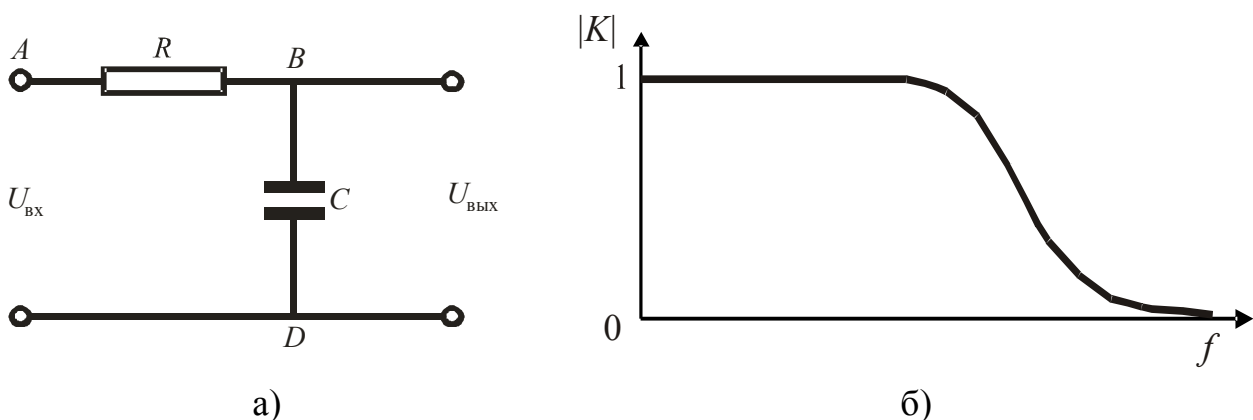
Электрические фильтры

Электрический фильтр – это устройство, избирательно пропускающее сигналы с разными частотами. Его можно рассматривать как четырехполюсник, коэффициент передачи которого в некоторой полосе частот близок к единице, в остальном диапазоне – мал.

В зависимости от пропускаемого диапазона частот фильтры разделяются на фильтры нижних частот (ФНЧ), фильтры верхних частот (ФВЧ), полосовые фильтры (ПФ) и заграждающие фильтры (ЗФ).

В диапазоне звуковых и радиочастот (до 10 МГц) широко используются фильтры в виде различного рода RC -цепочек, на более высоких частотах (до 3000 МГц) – чаще применяются LC -фильтры. На низких частотах RC -фильтры компактнее, дешевле, они мало боятся наводок, их легко перестраивать.

Фильтры нижних частот пропускают низкие и не пропускают высокие частоты. Схема простого ФНЧ показана на рис. 1а. Это делитель напряжения, состоящий из активного сопротивления R и емкостного сопротивления X_C , с которого снимается выходное напряжение. На низких частотах значение X_C велико, на высоких – мало. Поэтому выходное напряжение будет большим на низких частотах и малым – на высоких частотах. Типичная амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) такого фильтра показана на рис. 1б.

Рис. 6.1. RC -фильтр нижних частот (а) и его АЧХ (б)

Напряжение на выходе фильтра согласно закону Ома равно:

$$U_{вых} = i X_C, \quad (6.1)$$

где i – ток через фильтр. Ток определяется полным сопротивлением цепи и входным напряжением:

$$i = \frac{U_{вх}}{R + X_C}. \quad (6.2)$$

Комбинируя формулы (6.1) и (6.2), получим следующее выражение для коэффициента передачи ФНЧ:

$$K = \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}. \quad (6.3)$$

Здесь учтено, что $X_C = \frac{1}{j\omega RC}$, где $\omega = 2\pi f$ – круговая частота сигнала, $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Коэффициент передачи K – комплексная величина. Фильтр меняет и амплитуду сигнала на выходе, и его фазу. Это хорошо видно, если записать выражение (6.3) в показательной форме:

$$K = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} e^{j \arctg(\omega RC)}.$$

Модуль этого выражения описывает амплитудно-частотную характеристику фильтра

$$|K(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}, \quad (6.4)$$

аргумент – фазово-частотную характеристику (ФЧХ)

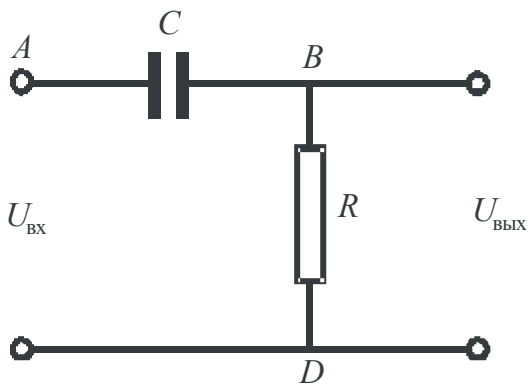
$$\varphi(\omega) = \arctg(\omega RC). \quad (6.5)$$

Фильтры верхних частот пропускают высокие и не пропускают низкие частоты. Схема RC -фильтра верхних частот на рис. 2а.

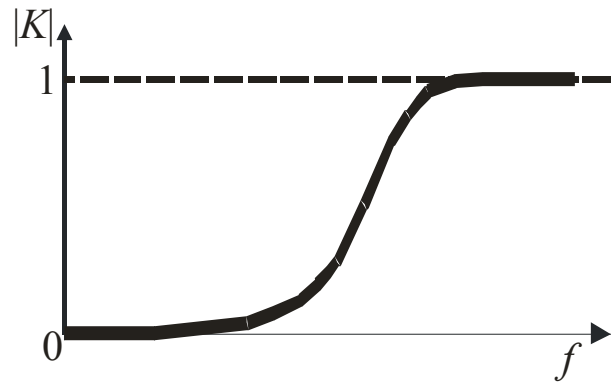
Выходное напряжение при увеличении частоты сигнала растет, так как при этом уменьшается величина емкостного сопротивления X_C , включенного последовательно с активным сопротивлением R , с которого снимается выходной сигнал. Типичная АЧХ фильтра верхних частот показана на рис. 2б.

В этой схеме

$$U_{вых} = i R, \quad i = \frac{U_{вх}}{R + X_C}.$$



а)



б)

Рис. 6.2. RC -фильтр верхних частот (а) и его АЧХ (б)

Поэтому

$$K = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega RC}}. \quad (6.6)$$

Разделив в этом комплексном выражении модуль и аргумент, получим формулы для АЧХ и ФЧХ:

$$|K(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega RC)^2}}}, \quad (6.7)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{1}{\omega RC}.$$

В схемах ФНЧ и ФВЧ часто присутствует еще один дополнительный резистор R или конденсатор C , как показано на рис. 6.3.

Наличие этих дополнительных элементов не меняет частотных характеристик фильтров, если входное сопротивление нагрузки велико. Такие фильтры можно соединять в более сложные схемы – полосовые и заграждающие фильтры.

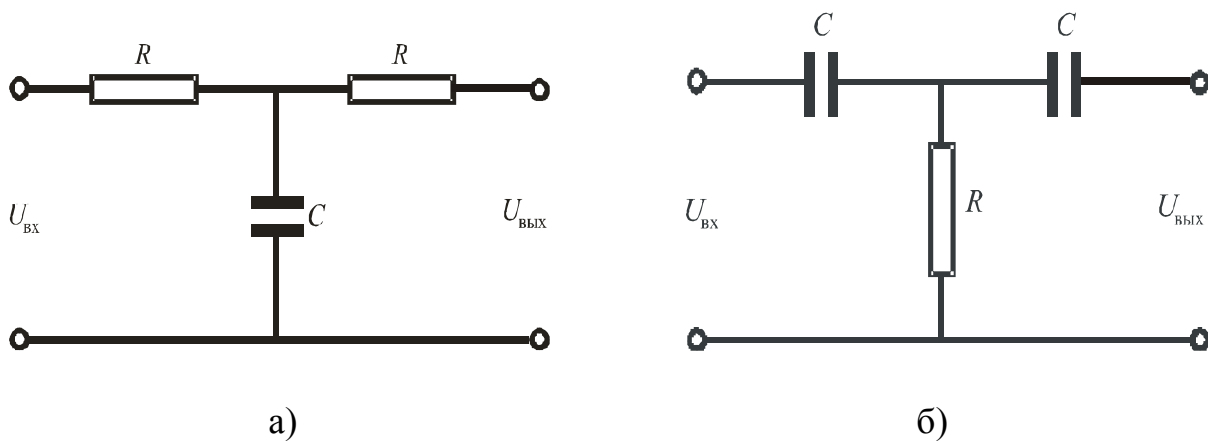


Рис. 6.3. RC -фильтры из трех элементов:
а – фильтр нижних частот, б – фильтр верхних частот

Полосовой фильтр хорошо пропускает сигналы с частотами, близкими к некоторой центральной частоте f_0 , и не пропускает сигналы с частотами, далекими от нее. Реализовать такой фильтр можно, соединив фильтр нижних частот и фильтр верхних частот последовательно (рис. 6.4).

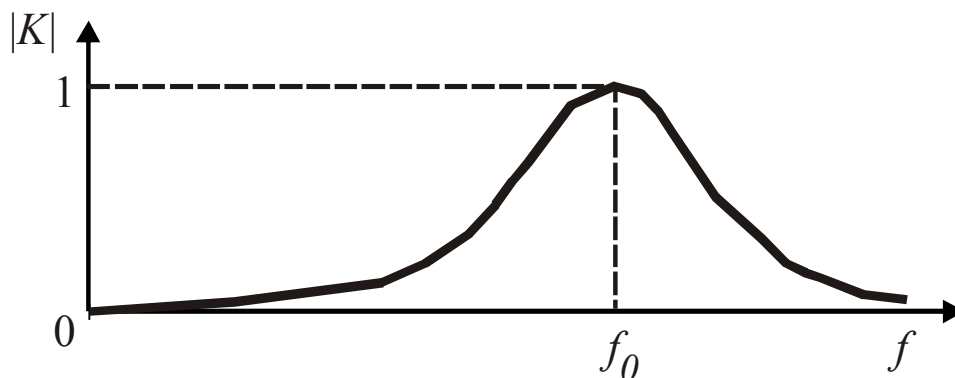
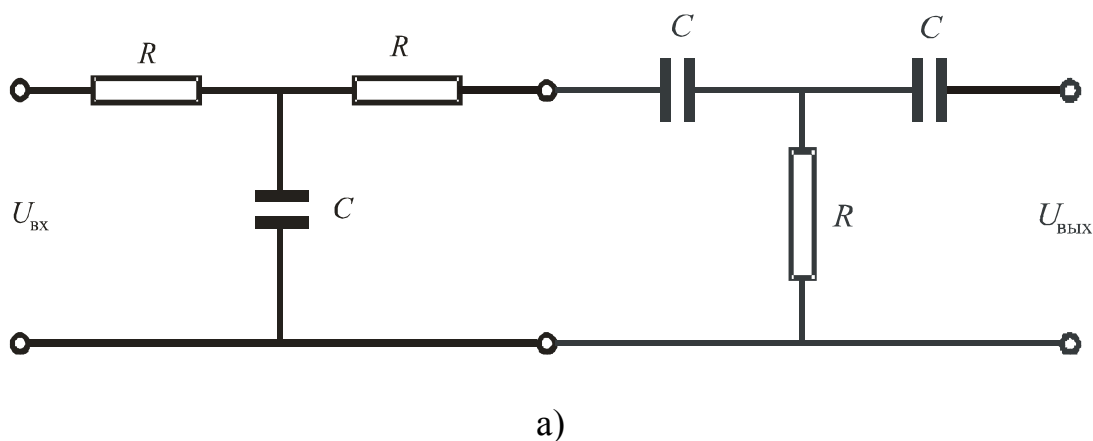


Рис. 6.4. Полосовой RC -фильтр (а) и его АЧХ (б)

Заграждающий фильтр не пропускает сигналы с частотами, близкими к частоте f_0 , и хорошо пропускает сигналы с частотами, далекими от нее. Реали-

зовать его можно, соединив фильтр нижних частот и фильтр верхних частот параллельно (рис. 6.5). Такая схема носит название двойного Т-моста.

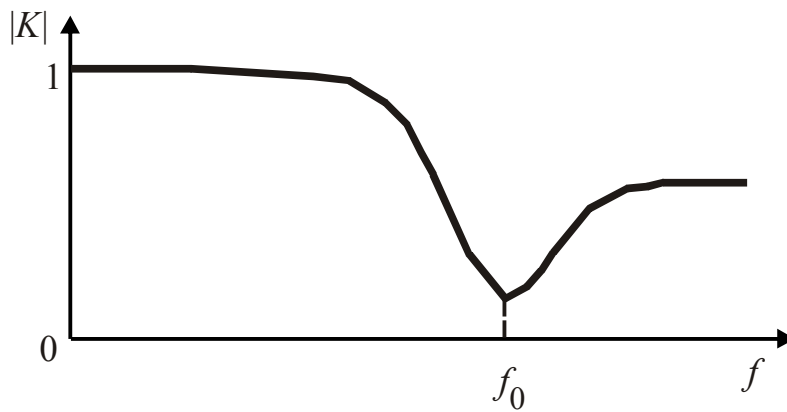
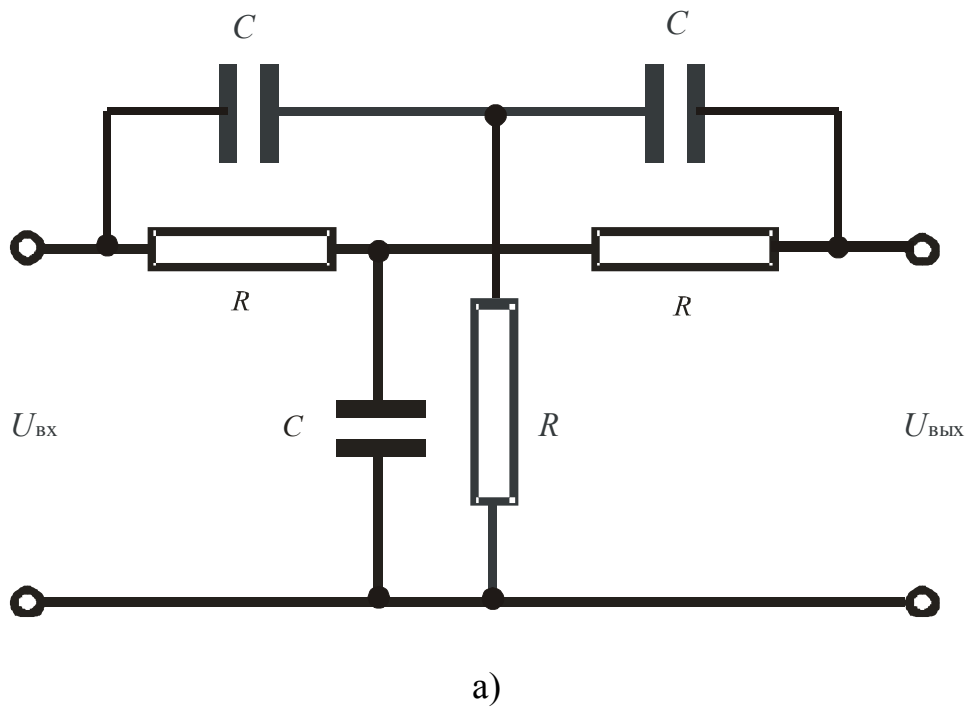


Рис. 6.5. Заграждающий RC-фильтр (а) и его АЧХ (б)

Порядок выполнения работы

1. Собрать экспериментальную установку согласно блок-схеме рис. 6.6. Схема исследуемого макета показана на рис. 6.7.

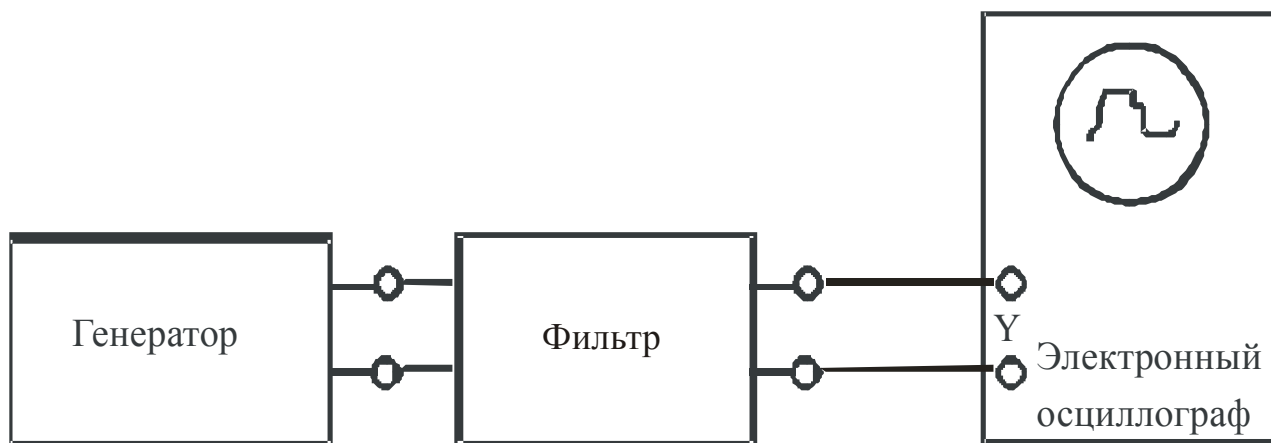


Рис. 6.6. Блок-схема экспериментальной установки

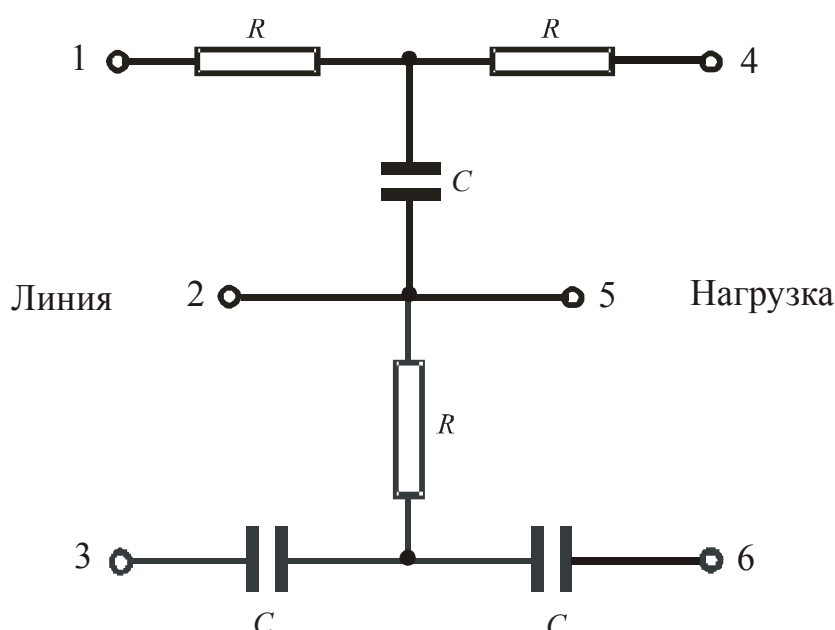


Рис. 6.7. Схема исследуемого макета с RC-фильтрами

2. Снять амплитудно-частотную характеристику фильтра нижних частот, для чего:

2.1. Подать сигнал с генератора на Y - вход электронного осциллографа.

2.2. Установить частоту сигнала $f = 100$ кГц.

2.3. С помощью ручки генератора “Амплитуда” и ручек регулировки усиления осциллографа установить размах сигнала на экране осциллографа в пределах 6 – 8 больших делений сетки. Записать значение сигнала U_{ex} .

2.4. Подать сигнал от генератора на клеммы 1 и 2 макета (вход ФНЧ).

2.5. Клеммы 4 и 5 макета (выход ФНЧ) соединить с Y - входом осциллографа.

2.6. Измерить сигнал на экране осциллографа при частотах генератора $f = 0,1, 1, 10, 50, 100, 200, 400, 600, 800, 1000, 2000, 4000, 6000, 8000, 10000$ Гц. Результаты измерений записать в таблицу (столбец 2).

f , Гц	$U_{\text{вых}}$, дел	Коэф. передачи K	
		Эксперимент	Теория
1	2	3	4
0,1			
1			
10			
...			
8000			
10000			

2.7. Вычислить коэффициент передачи фильтра $K = U_{\text{вых}} / U_{\text{вх}}$. Результаты записать в столбец 3 таблицы.

2.8. По формуле (6.4) вычислить коэффициент передачи фильтра для частот, на которых проводились измерения. Результаты расчета занести в столбец 4 таблицы.

2.9. Построить график АЧХ фильтра. Для горизонтальной оси использовать логарифмический масштаб. Результаты эксперимента нанести в виде крупных точек, расчетные данные – в виде сплошной линии.

3. Снять амплитудно-частотную характеристику фильтра верхних частот. Для этого повторить действия по пп. 2.1 – 2.9, но сигнал от генератора подать на клеммы 3 и 2 макета (вход ФВЧ), а с Y - входом осциллографа соединить клеммы 6 и 5 макета (выход ФВЧ). Для вычисления коэффициента передачи фильтра использовать формулу (6.7).

4. Снять амплитудно-частотную характеристику полосового фильтра.

4.1. Соединить последовательно фильтр нижних частот и фильтр верхних частот (см. рис. 6.4а).

4.2. Сигнал от генератора подать на вход фильтра, а его выход соединить с Y - входом осциллографа.

4.3. Установить частоту сигнала $f = 300$ Гц.

4.4. С помощью ручки генератора “Амплитуда” и ручек регулировки усиления осциллографа установить размах сигнала на экране в пределах 6-8 больших делений. Записать значение сигнала U_{max} .

4.5. Измерить сигнал на экране осциллографа на частотах, указанных в п. 2.6. Результаты записать в столбец 2 таблицы. Вычислить коэффициент передачи фильтра $K = U_{\text{вых}} / U_{\text{max}}$. Результаты записать в столбец 3 таблицы.

4.6. Построить АЧХ фильтра.

5. Снять амплитудно-частотную характеристику заграждающего фильтра.

5.1. Соединить параллельно фильтр нижних частот и фильтр верхних частот (см. рис. 6.5а).

- 5.2. Сигнал от генератора подать на вход фильтра, его выход соединить с Y – входом осциллографа.
- 5.3. Установить частоту сигнала $f = 0,1$ Гц.
- 5.4. С помощью ручки генератора “Амплитуда” и ручек регулировки усиления осциллографа установить размах сигнала на экране в пределах 6 – 8 больших делений. Записать значение сигнала $U_{вх}$.
- 5.5. Измерить сигнал на экране осциллографа на частотах, указанных в п. 2.6. Результаты записать в столбец 2 таблицы.
- 5.6. Вычислить коэффициент передачи фильтра $K = U_{вых} / U_{вх}$. Результаты записать в столбец 3 таблицы.
- 5.7. Построить АЧХ фильтра.

Содержание отчета

Отчет должен содержать:

1. Схемы RC -фильтров нижних частот, верхних частот, полосового и заграждающего.
2. Формулы для АЧХ фильтров нижних и верхних частот.
3. Схему экспериментального макета.
4. Блок-схему экспериментальной установки.
5. Таблицы с результатами эксперимента и расчета АЧХ для фильтров нижних и верхних частот.
6. Таблицы с результатами эксперимента для полосового и заграждающего фильтров.
7. Графики АЧХ с результатами эксперимента и расчета для фильтров нижних и верхних частот.
8. Графики АЧХ с результатами эксперимента для полосового и заграждающего фильтров.

Контрольные вопросы

1. Для чего используются электрические фильтры?
2. Схемы простых RC -фильтров нижних частот, верхних частот, полосового фильтра, заграждающего фильтра. Их амплитудно-частотные характеристики.
3. Вывод формул для АЧХ фильтров нижних и верхних частот.

Литература

1. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 1988. – 448 с.
2. Харкевич А.А. Спектры и анализ. – М.: Физматгиз, 1962. – 236 с.

ИЗМЕРЕНИЕ ЕМКОСТИ МЕТОДОМ РАЗРЯДА КОНДЕНСАТОРА ЧЕРЕЗ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Цель работы

Изучение метода измерения емкости конденсатора по времени его разряда через известное сопротивление.

Метод измерений

Схема измерений показана на рис. 7.1. Конденсатор емкостью C заряжается до напряжения U_0 , а затем подсоединяется к сопротивлению R . Напряжение на его обкладках будет уменьшаться по закону

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (7.1)$$

где $\tau = RC$ – постоянная времени разряда.

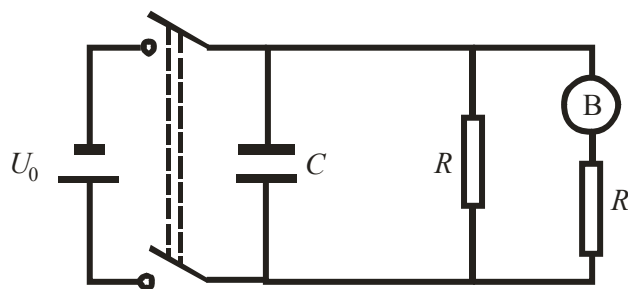


Рис. 7.1. Схема экспериментальной установки

Суть метода состоит в измерении постоянной времени разряда τ , после чего при известном сопротивлении R емкость конденсатора находится по формуле

$$C = \frac{\tau}{R}. \quad (7.2)$$

Формула (7.2) справедлива, если внутреннее сопротивление R_i вольтметра B бесконечно большое. Если же оно сравнимо с сопротивлением R , его необходимо учитывать. Для этого измеряются две функции разряда конденсатора $U_1(t)$ и $U_2(t)$ при двух сопротивлениях R_1 и R_2 . Находятся соответствующие им постоянные времени τ_1 и τ_2 . Их значения связаны со значениями емкости C и сопротивлений R_1 , R_2 и R_i следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\tau_1 &= C \frac{R_1 R_i}{R_1 + R_i}, \\ \tau_2 &= C \frac{R_2 R_i}{R_2 + R_i}.\end{aligned}\tag{7.3}$$

Решение этой системы относительно величин C и R_i дает возможность определить их значения:

$$C = \frac{\tau_1 \tau_2 (R_1 - R_2)}{R_1 R_2 (\tau_1 - \tau_2)}, \quad R_i = \frac{R_1 R_2 (\tau_1 - \tau_2)}{R_1 \tau_2 - R_2 \tau_1}.\tag{7.4}$$

Порядок выполнения работы

1. Собрать схему, изображенную на рис. 7.1. Исследовать конденсатор, предоставленный преподавателем. В качестве резистора R использовать магазин сопротивлений РЗЗ.
2. Установить значение сопротивления $R_1 = 90$ кОм.
3. Снять зависимость напряжения на конденсаторе от времени $U_1(t)$ при его разряде через сопротивление R_1 .
 - 3.1. Подсоединить конденсатор к источнику напряжения. Установить значение напряжения $U_0 = 10$ В.
 - 3.2. Отключить конденсатор от источника напряжения. В момент отключения включить секундомер. Снять зависимость напряжения на конденсаторе от времени в течение 4 мин с интервалом 10 с.
4. Снять зависимость напряжения на конденсаторе от времени $U_2(t)$ при его разряде через сопротивление $R_2 = 50$ кОм.
5. Обработать зависимости $U_1(t)$ и $U_2(t)$ с помощью метода наименьших квадратов. Найти значения постоянных времени разряда τ_1 и τ_2 по методике, изложенной в приложении к работе. Построить зависимости $U_1(t)$, $U_2(t)$, $\ln U_1(t)$, $\ln U_2(t)$, на которые нанести экспериментальные точки и графики аппроксимирующих функций.
6. По формулам (7.4) вычислить значения емкости конденсатора C и внутреннего сопротивления вольтметра R_i .

Содержание отчета

Отчет должен содержать:

1. Схему экспериментальной установки.
2. Таблицы и графики зависимостей $U_1(t)$ и $U_2(t)$.
3. Ход вычислений при определении постоянных времени τ_1 и τ_2 и графики линеаризованных зависимостей $\ln U_1(t)$ и $\ln U_2(t)$.
4. Вычисления емкости конденсатора C и внутреннего сопротивления вольтметра R_i .

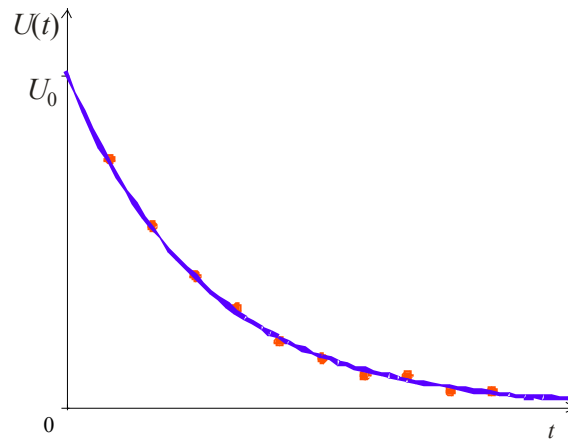
Контрольные вопросы

1. Суть метода измерения емкости конденсатора по времени его разряда через известное сопротивление.
2. Вывод формулы для измерения емкости с учетом влияния внутреннего сопротивления вольтметра.
3. Методика определения постоянной времени разряда конденсатора.

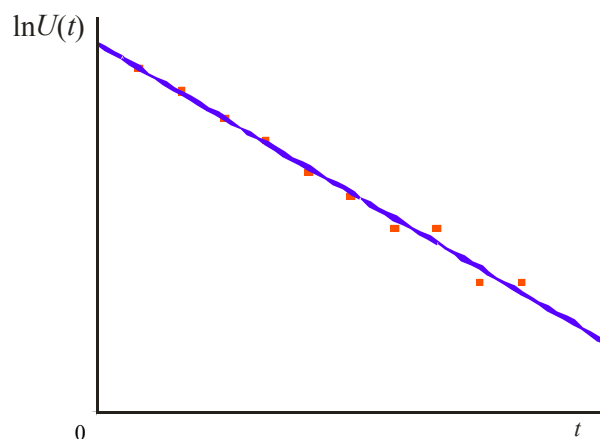
Приложение

Определение постоянной времени разряда конденсатора методом наименьших квадратов

Постоянная времени разряда конденсатора может быть определена в результате анализа зависимости напряжения на нем от времени. Эта зависимость описывается формулой (7.1). График ее показан на рис. 7.2а.



а)



б)

Рис. 7.2. Временные характеристики разряда конденсатора

Метод наименьших квадратов позволяет найти параметры U_0 и τ функции (7.1), при которых теоретическая кривая наилучшим образом проходит че-

рез экспериментальные точки. Функция (7.1) преобразуется так, чтобы получилась линейная зависимость. Для этого функция логарифмируется. В результате логарифмирования получается:

$$\ln U(t) = \ln U_0 - \frac{t}{\tau}. \quad (7.5)$$

Эта зависимость линейна относительно времени t :

$$f(t) = a_0 + a_1 t,$$

где $f(t) = \ln U(t)$, $a_0 = \ln U_0$, $a_1 = -\frac{1}{\tau}$. (7.6)

Чтобы найти параметры прямой a_0 и a_1 , необходимо заполнить следующую таблицу:

n	$T_n, \text{с}$	$F_n = \ln U_n$	T_n^2	$T_n F_n$
1				
2				
3				
-----	-----	-----	-----	-----
N				
	$\sum T_n$	$\sum F_n$	$\sum T_n^2$	$\sum T_n F_n$

В нижней строке таблицы записываются суммы чисел в колонках.

Величины a_0 и a_1 являются решениями системы уравнений:

$$a_0 N + a_1 \sum_{n=1}^N T_n = \sum_{n=1}^N F_n,$$

$$a_0 \sum_{n=1}^N T_n + a_1 \sum_{n=1}^N T_n^2 = \sum_{n=1}^N T_n F_n.$$

Из выражения (7.6) следует, что

$$\tau = -\frac{1}{a_1}. \quad (7.7)$$

Литература

1. Мирский Г.Я. Радиоэлектронные измерения. – М.: Энергия, 1975. – 600 с.
2. Кассандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. – М.: Наука, 1970. – 104 с.

ИЗМЕРЕНИЕ ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРА МЕТОДОМ АНАЛИЗА ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ RC -ЦЕПИ

Цель работы

Изучение метода измерения емкости конденсатора, включенного в RC -цепь, путем анализа ее частотной характеристики.

Метод измерений

Схема экспериментальной установки показана на рис. 8.1.

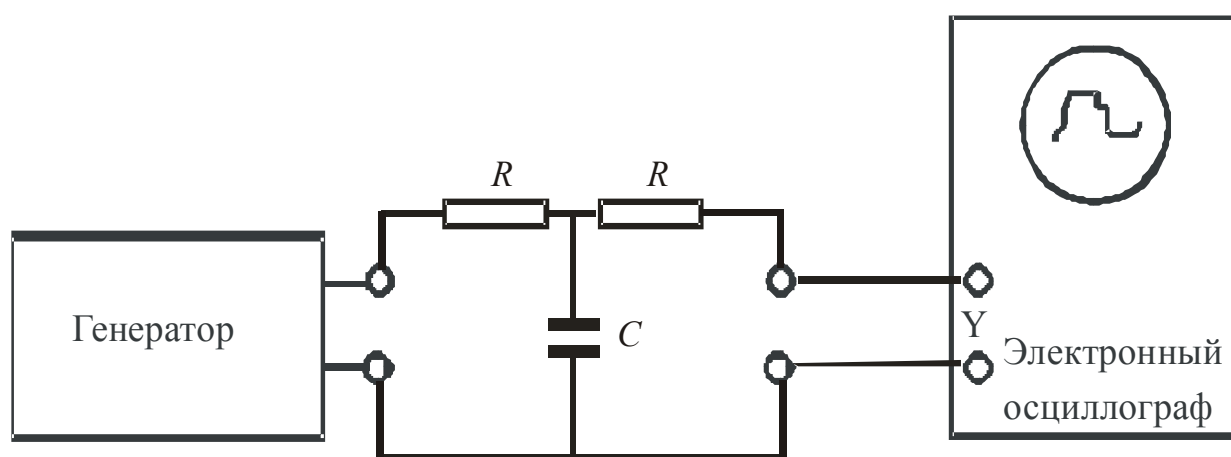


Рис. 8.1. Блок-схема экспериментальной установки

RC -цепь работает как фильтр нижних частот. Его амплитудно-частотная характеристика (зависимость коэффициента передачи от частоты) определяется следующей формулой:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}, \quad (8.1)$$

где $\omega = 2\pi f$ – круговая частота.

Если сопротивление R известно, то, измерив коэффициент передачи K на известной частоте f , из формулы (8.1) можно найти величину емкости C . Для повышения точности измерения проводятся в некотором диапазоне частот, и полученные данные обрабатываются по методу наименьших квадратов.

Порядок выполнения работы

1. Собрать схему, показанную на рис. 8.1.
2. Снять амплитудно-частотную характеристику RC -цепи.
 - 2.1. Установить частоту генератора $f = 10$ Гц.

- 2.2. Подать сигнал с генератора на осциллограф, минуя RC -цепь.
- 2.3. Ручкой “Амплитуда” на генераторе и ручками регулировки усиления на осциллографе установить размах синусоиды на экране 60 мм.
- 2.4. Подать сигнал на осциллограф с выхода RC -цепи.
- 2.5. Измерить с помощью осциллографа сигнал на выходе RC -цепи на частотах 1, 10, 50 Гц, 100 ... 1000 Гц через 100 Гц, 1000 ... 2000 Гц через 200 Гц, 2000 ... 3500 Гц через 500 Гц.
3. Построить график зависимости коэффициента передачи RC -цепи $K(f) = U(f)/U_0$ от частоты, где $U(f)$ – сигнал на выходе при частоте f , U_0 – сигнал на входе. Использовать логарифмический масштаб на оси абсцисс. Данные нанести на график в виде точек, не соединенных линиями.
4. С помощью метода наименьших квадратов найти значение емкости C при сопротивлении $R = 3$ кОм. Методика вычислений приведена в приложении к работе.
5. На график нанести в виде сплошной линии кривую $K(f)$, построенную по формуле (8.1) при найденном значении емкости C .
6. Оценить величину погрешности ΔC определения емкости по методике, изложенной в приложении к работе. Принять значение доверительной вероятности $P = 0,95$.
7. Записать полученный результат в стандартном виде, округлив по существующим правилам значения погрешности и величины емкости.

Содержание отчета

Отчет должен содержать:

1. Схему экспериментальной установки.
2. Таблицу и график экспериментальной зависимости $K(f)$.
3. Вычисления емкости C с помощью метода наименьших квадратов и график линеаризованной зависимости $1/[K(f^2)]^2$ с нанесенными экспериментальными данными и аппроксимирующей прямой линией.
4. Вычисления погрешности ΔC .

Контрольные вопросы

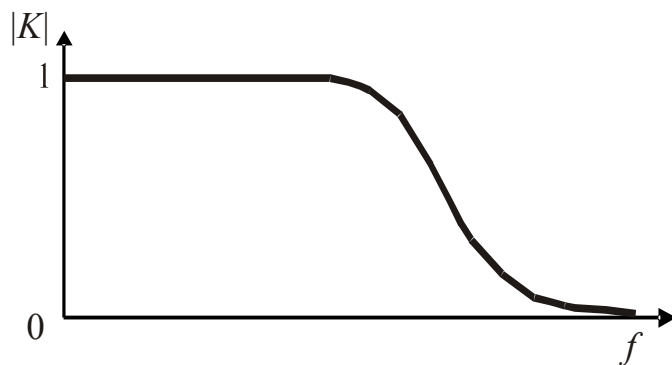
1. Суть изученного метода измерений емкости.
2. Линеаризация зависимости $K(f)$ и определение емкости C .
3. Оценка погрешности определения емкости ΔC .
4. Что такое доверительная вероятность и доверительный интервал?

Литература

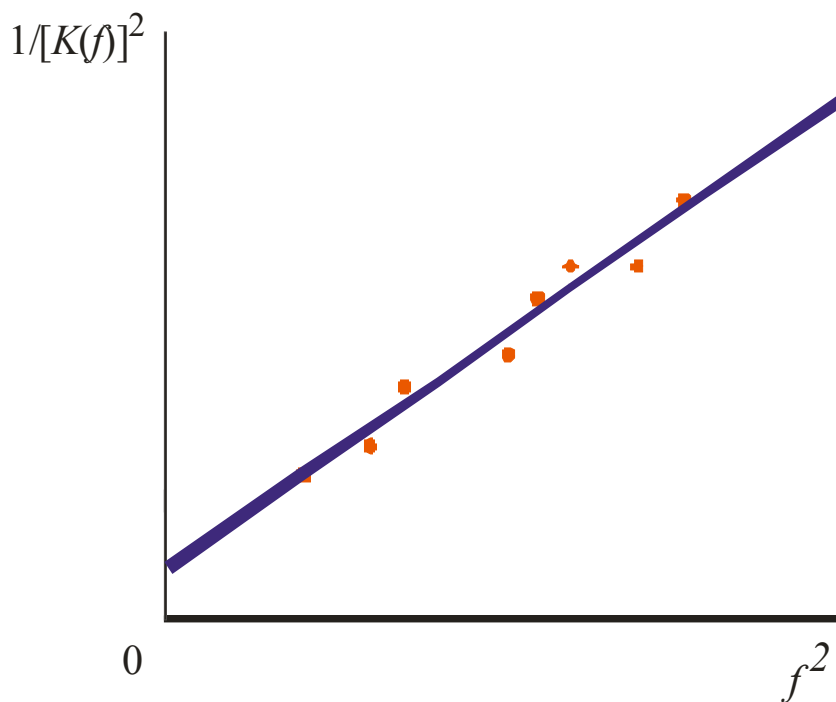
1. Кассандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. – М.: Наука, 1970. – 104 с.
2. Сквайрс Дж. Практическая физика. – М.: Мир, 1971. – 246 с.

Определение емкости методом наименьших квадратов

Исходными данными для определения емкости является экспериментальная зависимость коэффициента передачи $K(f)$ RC -цепи от частоты. Ее типичный вид показан на рис. 8.2а.



а)



б)

Рис. 8.2. Частотная характеристика RC -цепи

Эта зависимость описывается формулой

$$K(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f RC)^2}}. \quad (8.2)$$

Чтобы использовать метод наименьших квадратов, зависимость (8.2) целесообразно линеаризовать – перейти к такому виду аргумента и функции, зависимость между которыми линейна.

Для этого возведем в квадрат обе части равенства (8.2), а затем найдем их обратные величины. В результате получим:

$$\frac{1}{[K(f)]^2} = 1 + a_1 f^2, \quad (8.3)$$

где

$$a_1 = (2\pi RC)^2. \quad (8.4)$$

Если по оси абсцисс откладывать f^2 , а по оси ординат – величину $1/[K(f)]^2$, получится линейная зависимость. Она показана на рис. 8.2б. Следовательно, ее можно искать в виде

$$y(f) = a_0 + a_1 x,$$

где $y(x) = 1/[K(f)]^2$, $a_0 = 1$, $a_1 = (2\pi RC)^2$, $x = f^2$.

Чтобы найти параметры прямой a_0 и a_1 , необходимо заполнить следующую таблицу:

Таблица

n	$x_n = f^2$	$y_n = 1/[K(f)]^2$	x_n^2	$x_n y_n$
1				
2				
3				
-----	-----	-----	-----	-----
N				
	$\sum x_n$	$\sum y_n$	$\sum x_n^2$	$\sum x_n y_n$

В нижней строке таблицы записываются суммы чисел в колонках.

Величины a_0 и a_1 являются решениями следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} a_0 N + a_1 \sum_{n=1}^N x_n &= \sum_{n=1}^N y_n, \\ a_0 \sum_{n=1}^N x_n + a_1 \sum_{n=1}^N x_n^2 &= \sum_{n=1}^N x_n y_n. \end{aligned}$$

Из соотношения (8.4) следует, что емкость конденсатора равна

$$C = \frac{\sqrt{a_1}}{2\pi R}. \quad (8.5)$$

Погрешность определения емкости конденсатора

Согласно правилам оценки погрешности косвенных измерений

$$\Delta C = \sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial R} \Delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial a_1} \Delta a_1\right)^2}.$$

Вычислив производные $\partial C / \partial R$ и $\partial C / \partial a_1$ и проделав некоторые преобразования, получим:

$$\frac{\Delta C}{C} = \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a_1}{2a_1}\right)^2}. \quad (8.6)$$

1). Погрешность ΔR определяется классом точности используемого в эксперименте магазина сопротивлений РЗЗ – классом 0,2. Это значит, что

$$\frac{\Delta R}{R_{\max}} = 0,2\% = 0,0002,$$

где $R_{\max} = 10^5$ Ом – максимальное значение сопротивлений этого магазина. Отсюда $\Delta R = 0,0002 R_{\max} = 20$ Ом.

2). Погрешность определения коэффициента a_1 аппроксимирующей кривой находится по формулам (3.5 – 3.6) раздела 3:

$$\Delta a_1 = t(P; N-1) S \frac{1}{\sqrt{\sum_{n=1}^N (x_n - x_{cp})^2}}, \quad (8.7)$$

где $t(P; N-1)$ – коэффициент Стьюдента при доверительной вероятности P и числе измерений N , x_{cp} – среднее значение величины x ,

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N [y_n - (a_0 + a_1 x_n)]^2}{N-2}}. \quad (8.8)$$

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕДИ

Цель работы

Исследовать зависимость сопротивления медной проволоки от температуры и найти значения параметров этой зависимости.

Зависимость электрического сопротивления проводников от температуры

Электрический ток – это упорядоченное движение зарядов. Носителями тока являются электроны и ионы. Для существования электрического тока необходимо наличие сторонних сил, которые создаются источниками тока (гальваническими элементами, аккумуляторами, электрическими генераторами). Они поддерживают на концах электрической цепи разность потенциалов – создают электрическое поле. Это поле заставляет двигаться носителей тока.

В процессе движения носители тока сталкиваются с кристаллической решеткой вещества и передают ей часть своей энергии. Эти столкновения затрудняют движение зарядов.

Сопротивление проводников зависит от температуры. При ее увеличении возникают два фактора, влияющих на сопротивление, – увеличение подвижности носителей тока и рост частоты столкновений носителей тока с кристаллической решеткой. Влияние этих факторов противоположное: первый уменьшает сопротивление, второй – увеличивает.

В полупроводниках, электролитах, плазме преобладает влияние первого фактора, и они уменьшают свое сопротивление при увеличении температуры. В большинстве металлов и их сплавов преобладает второй фактор, так что их сопротивление увеличивается с ростом температуры.

В данной работе исследуется температурная зависимость сопротивления металлов. Она может быть описана следующим выражением:

$$R = R_0(1 + \alpha_1 T + \alpha_2 T^2 + \alpha_3 T^3 + \dots), \quad (9.1)$$

где T – температура в градусах Цельсия, R_0 – сопротивление при $T = 0^\circ\text{C}$, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ – температурные коэффициенты сопротивления (ТКС) 1-го, 2-го, 3-го и т.д. порядка.

Сопротивление металлов зависит от температуры слабо. Поэтому величины коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ малы. При нагреве до нескольких десятков градусов в выражении (9.1) достаточно учитывать только коэффициент α_1 . При нагреве до нескольких сотен градусов – еще коэффициенты α_2 и α_3 .

Порядок выполнения работы

Схема экспериментальной установки показана на рисунке. Медная проволока 1 диаметром 0,08 мм намотана на каркас 2. Концы ее подведены к клеммам 3 и 4. Каркас с намотанной проволокой помещен внутрь полого резистора 5, служащего нагревателем. Во время эксперимента резистор подключается к сети 220 В 50 Гц. Температура проволоки измеряется термометром 6, который помещается внутри каркаса 2.

Для измерения сопротивления проволоки через нее пропускается электрический ток i от блока питания БП. Ток измеряется амперметром А. Вольтметром В измеряется падение напряжения U на проволоке.

1. Собрать экспериментальную установку.
2. Измерить температуру проволоки T .
3. Подать напряжение от блока питания БП на клеммы 3 и 4. Установить напряжение $U = 2$ В и измерить ток i , протекающий через проволоку при этой температуре.
4. Включить нагреватель.
5. Следить за повышением температуры нагревателя. При достижении температуры 90°C нагреватель отключить.

Внимание! Отключить нагреватель не позже этого момента. В противном случае термометр может выйти из строя.

6. Обождать, пока температура достигнет максимума и начнет уменьшаться. В ходе остывания снять зависимость напряжения U на проволоке и тока i через нее от температуры T с интервалом $\Delta T = 5^\circ\text{C}$. Результаты измерений, включая результат при начальной температуре, занести в столбцы 2 - 4 таблицы.

n	T_n, C	$U_n, \text{В}$	$i_n, \text{А}$	$R_n, \text{Ом}$	T_n^2	T_n^3	T_n^4	$T_n R_n$	$T_n^2 R_n$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	T_1	U_1	i_1	R_1					
2	T_2	U_2	i_2	R_2					
3	T_3	U_3	i_3	R_3					
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
N	T_n	U_n	i_n	R_N					
	$\sum T_n$			$\sum R_n$	$\sum T_n^2$	$\sum T_n^3$	$\sum T_n^4$	$\sum T_n R_n$	$\sum T_n^2 R_n$

7. Вычислить сопротивление проволоки по формуле $R_n = U_n / i_n$. Результаты занести в столбец 5 таблицы.

8. Построить график зависимости $R_n(T_n)$. Данные нанести в виде крупных точек, не соединенных линиями.

9. С помощью метода наименьших квадратов найти параметры аппроксимирующего полинома 2-й степени (методика расчета дана в приложении):

$$r(T) = a_0 + a_1 T + a_2 T^2. \quad (9.2)$$

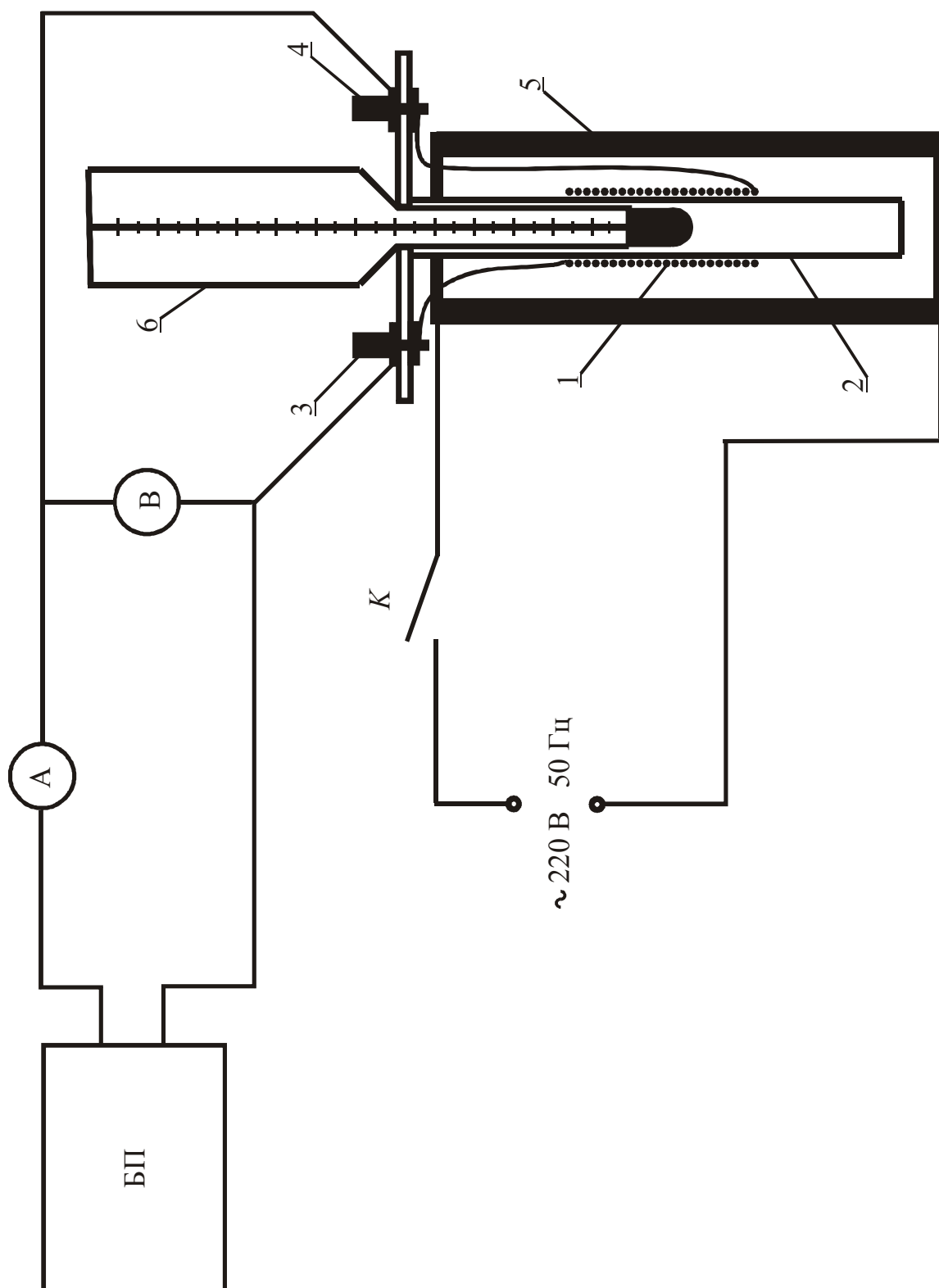


Схема экспериментальной установки

10. Преобразовать формулу (9.2) к виду (9.1) и найти:

$$R_0 = a_0, \quad \alpha_1 = \frac{a_1}{a_0}, \quad \alpha_2 = \frac{a_2}{a_0}.$$

11. Определить размерность величин R_0 , α_1 , α_2 .

12. Нанести кривую $r(T)$ на график в виде сплошной линии.

Содержание отчета

Отчет должен содержать:

1. Схему экспериментальной установки.
2. Таблицу с результатами эксперимента.
3. Ход вычислений коэффициентов a_0 , a_1 , a_2 формулы (9.2), величин R_0 , α_1 , α_2 и результаты этих вычислений.
4. График экспериментальной зависимости $R(T)$ и аппроксимирующей формулы (9.1).

Контрольные вопросы

1. Почему электрическое сопротивление проводников зависит от температуры?
2. Как зависит от температуры сопротивление металлов, полупроводников, электролитов и плазмы?
3. Использование метода наименьших квадратов при полиномиальной аппроксимации экспериментальной зависимости.

Приложение

Метод наименьших квадратов. Полиномиальная аппроксимация

Аппроксимирующая формула ищется в виде полинома, степень которого задается исследователем. В данном случае эта формула имеет вид (9.2). Чтобы найти входящие в нее коэффициенты a_0 , a_1 , a_2 , нужно решить систему уравнений:

$$\begin{aligned} a_0 N + a_1 \sum_{n=1}^N T_n + a_2 \sum_{n=1}^N T_n^2 &= \sum_{n=1}^N R_n, \\ a_0 \sum_{n=1}^N T_n + a_1 \sum_{n=1}^N T_n^2 + a_2 \sum_{n=1}^N T_n^3 &= \sum_{n=1}^N T_n R_n, \\ a_0 \sum_{n=1}^N T_n^2 + a_1 \sum_{n=1}^N T_n^3 + a_2 \sum_{n=1}^N T_n^4 &= \sum_{n=1}^N T_n^2 R_n. \end{aligned}$$

Для вычисления входящих сюда сумм необходимо заполнить в таблице столбцы 6 – 10.

Литература

1. Кассандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. – М.: Наука, 1970. – 104 с.
2. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. – М.: Физматгиз, 1962. – 352 с.
3. Щиголев Б.М. Математическая обработка наблюдений. – М.: Физматгиз, 1969. – 344 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ КАЛОРИМЕТРИЧЕСКОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ ЭНЕРГИИ ИМПУЛЬСОВ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Цель работы

Изучение устройства прибора, метода его калибровки и процесса измерения энергии импульса и мощности оптического излучения.

Калориметрический метод измерения мощности и энергии оптического излучения

Калориметрический метод основан на измерении температуры тела, нагреваемого падающим на него оптическим излучением. Схема устройства прибора показана на рис. 10.1.

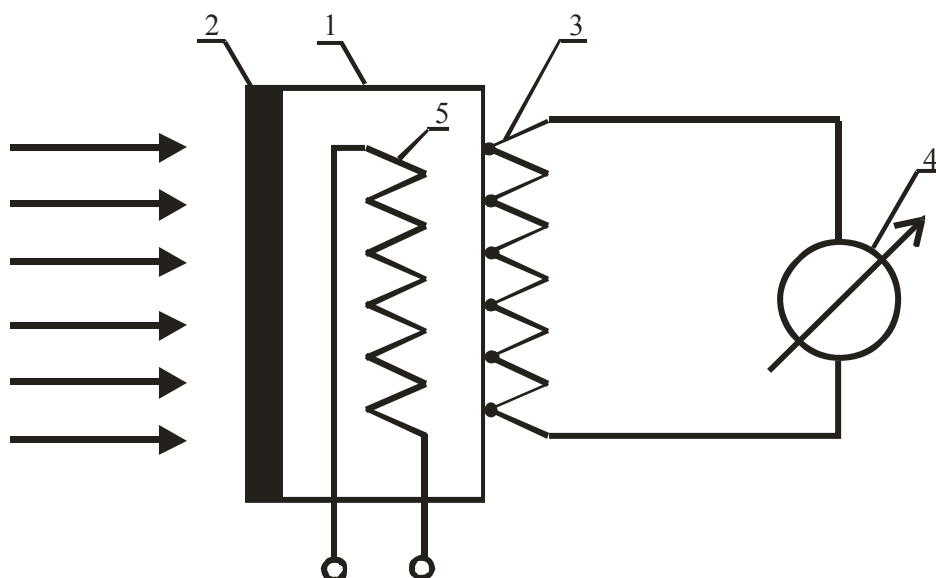


Рис. 10.1. Схема устройства калориметрического измерителя

Оптическое излучение падает на нагрузку 1, имеющую в некоторых случаях поглощающее покрытие 2. Температура нагрузки измеряется термодатчиками 3 (термопарами, терморезисторами). Сигнал с них подается на выходной индикатор 4. В нагрузке размещается подогреватель 5, служащий для калибровки прибора.

Тепловые процессы в приборе в упрощенном виде можно описать уравнением теплового баланса

$$mc \frac{dT(t)}{dt} + \alpha ST(t) = P(t), \quad (10.1)$$

где T – температура, m – масса нагрузки, c – удельная теплоемкость материала нагрузки, S – поверхность нагрузки, α – коэффициент теплообмена нагрузки с внешней средой, P – мощность, поглощенная в нагрузке.

Решение этого уравнения для случая нагрева нагрузки постоянной мощностью P_0 имеет следующий вид:

$$T(t) = \frac{P_0}{\alpha S} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (10.2)$$

График этого процесса показан на рис. 10.2а.

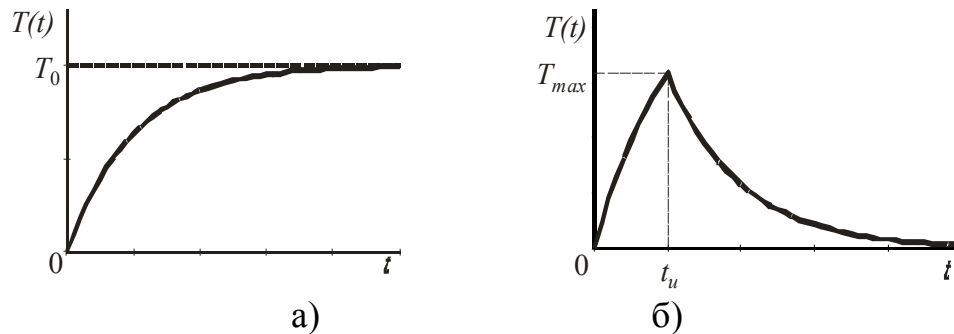


Рис. 10.2. Нагрев нагрузки непрерывной мощностью и импульсной энергией

Температура нагрузки повышается, асимптотически приближаясь к значению

$$T_0 = \frac{P_0}{\alpha S}. \quad (10.3)$$

Скорость нагрева определяется постоянной времени

$$\tau = \frac{mc}{\alpha S}. \quad (10.4)$$

При нагреве нагрузки импульсом излучения с постоянной мощностью P_0 и длительностью t_u ее температура повышается до значения T_{\max} , а затем уменьшается по закону

$$T(t) = T_{\max} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (10.5)$$

Это показано на рис. 10.2б.

Если импульс излучения короткий, так что $t_u \ll \tau$, то

$$T_{\max} = \frac{E}{mc}. \quad (10.6)$$

Это соотношение справедливо для любой формы короткого импульса.

Здесь $E = \int_0^{t_u} P(t) dt$ – энергия импульса.

Таким образом, процесс измерения непрерывной мощности излучения состоит в регистрации установившегося значения температуры нагрузки T_0 . Время установления составляет примерно 4τ . Процесс измерения энергии им-

пульса излучения заключается в регистрации максимальной температуры нагрева нагрузки T_{\max} .

Калибровка калориметрического измерителя по непрерывной мощности

Калибровка прибора производится методом замещения оптической мощности электрической. Для этого через подогреватель пропускается электрический ток, нагревающий нагрузку. Вычисляется значение мощности

$$P_k = \frac{U_n^2}{R}, \quad (10.7)$$

где U_n – падение напряжения на подогревателе, R – его сопротивление. Измеряются установившиеся показания индикатора U_{ko} . Находится чувствительность прибора по непрерывной мощности

$$S_P = \frac{\varepsilon U_{ko}}{P_k} \left[\frac{\text{В}}{\text{Вт}} \right], \quad (10.8)$$

где ε – коэффициент поглощения нагрузки.

При измерении оптического излучения его мощность определяется по формуле

$$P = \frac{U_0}{S}, \quad (10.9)$$

где U_0 – установившиеся показания индикатора.

Калибровка калориметрического измерителя по энергии

При измерениях малых и средних энергий излучения (от нескольких миллиджоулей до нескольких десятков джоулей) калибровка прибора производится следующим образом. Конденсатор емкостью C заряжается до напряжения U_k . В нем будет запасена энергия

$$E_c = \frac{CU_k^2}{2}. \quad (10.10)$$

Затем он разряжается через подогреватель прибора, и вся энергия E_c выделяется в нагрузку, нагревая ее. Сопротивление подогревателя R может быть любым. Необходимо только выполнение условия $RC \ll \tau$.

Определяется чувствительность прибора по энергии

$$S_E = \frac{\varepsilon U_{k \max}}{E_c} \left[\frac{\text{В}}{\text{Дж}} \right], \quad (10.11)$$

где $U_{k \max}$ – максимальные показания индикатора при калибровке.

При измерении оптического излучения его энергия определяется по формуле:

$$E = \frac{U_{\max}}{S_E}, \quad (10.12)$$

где U_{\max} – максимальные показания индикатора.

Этот способ калибровки нельзя использовать в приборах, рассчитанных на измерение энергий, больших нескольких сотен джоулей, так как при этом конденсатор нужно заряжать до высоких напряжений. Например, чтобы в конденсаторе емкостью 100 мкФ запасти энергию 100 Дж, нужно его зарядить до напряжения 1400 В. При таком напряжении возникает опасность электрического пробоя в нагрузке.

Один из способов калибровки таких приборов использует связь между чувствительностью к непрерывной мощности S_P и чувствительностью к импульсной энергии S_E . Он описан в авторском свидетельстве СССР на изобретение [1] и монографии [2].

Из соотношения (10.3) следует, что

$$S_P = \frac{T_0}{P_0} = \frac{1}{\alpha S}, \quad (10.13)$$

а из формулы (10.6) видно, что

$$S_E = \frac{T_{\max}}{E} = \frac{1}{mc}. \quad (10.14)$$

Поэтому:

$$S_E = S_P \frac{\alpha S}{mc} = \frac{S_P}{\tau}. \quad (10.15)$$

Таким образом, определить чувствительность прибора по энергии можно, измерив его чувствительность по мощности и тепловую постоянную времени. Эти измерения можно провести без использования высоких напряжений.

При измерении энергии короткого оптического импульса максимум температуры нагрузки в поверхностном слое достигается очень быстро. Но к месту расположения термодатчиков тепло приходит спустя некоторое время, в течение которого нагрузка несколько остывает. Показания выходного индикатора сначала возрастают, в момент t_{\max} достигают максимума, а затем уменьшаются. Остывание нагрузки идет по экспоненциальному закону (10.5). Поэтому максимум показаний индикатора так связан с измеряемой энергией E :

$$U_{\max} = S_E E e^{-\frac{t_{\max}}{\tau}}.$$

Таким образом, энергия излучения равна:

$$E = \frac{U_{\max}}{S_E} e^{\frac{t_{\max}}{\tau}}, \quad (10.16)$$

где S_E определяется формулой (10.15).

Порядок выполнения работы

В работе исследуется лазерный калориметр ТПИ-5М, рассчитанный на измерение импульсных энергий излучения от 10 до 1000 Дж в спектральном диапазоне 0,4 – 10,6 мкм. Входное окно прибора имеет размеры 60×60 мм². Нагрузкой служит пластина из графита. Чтобы увеличить коэффициент поглощения, на ее приемной поверхности сделаны клиновидные канавки.

Схема устройства прибора аналогична изображенной на рис. 10.1. Датчиками температуры служат термопары. В нагрузку вмонтирован подогреватель для калибровки. Выводы от термопар и подогревателя находятся на задней стенке прибора.

1. Собрать схему для калибровки прибора (рис. 10.3).

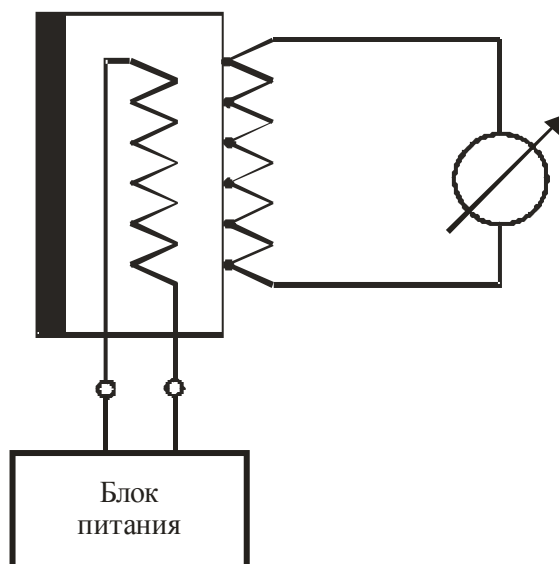


Рис. 10.3. Схема установки для калибровки прибора

2. Установить напряжение блока питания $U_n = 40$ В и подать его на подогреватель.
3. Обождасть, пока установятся показания вольтметра, измеряющего сигнал с термопар (10 – 12 мин). Записать его показания $U_{0к}$.
4. Определить чувствительность прибора по непрерывной мощности по формуле (10.8) при сопротивлении подогревателя $R = 333$ Ом и коэффициенте поглощения нагрузки $\varepsilon = 0,9$.
5. Снять зависимость сигнала с термопар $U(t)$ от времени при остывании приемника.
 - 5.1. Отключить напряжение калибровки от подогревателя и в момент отключения пустить секундомер.
 - 5.2. Отсчитывать значения сигнала с термопар на вольтметре в течение 10 мин через каждые 30 с. Результаты измерений занести в таблицу.
 - 5.3. Построить график зависимости $U(t)$.

6. Построить график зависимости $\ln(U(t))$. Найти величину тепловой постоянной времени τ приемника по методике, приведенной в приложении к работе.
7. Определить чувствительность прибора по энергии по формуле (10.15).
8. Измерить калориметром мощность излучения проекционной лампы накаливания.
 - 8.1. Установить прибор на оптическую скамью так, чтобы его приемная поверхность находилась на расстоянии 5 – 10 см от лампы.
 - 8.2. Соединить выход термопар прибора с выходным индикатором (вольтметром).
 - 8.3. Закрыть входное окно приемника металлической пластиной.
 - 8.4. Подать на лампу напряжение 5 В. Установить приемник на таком расстоянии от лампы, чтобы ее сфокусированное рефлектором излучение полностью попадало на приемник. После этого отключить напряжение питания лампы.
 - 8.5. Заметить показания выходного индикатора. Если прибор нагрелся излучением лампы, дать ему остыть несколько минут.
 - 8.6. Поставить между лампой и приемником металлический экран.
 - 8.7. Включить напряжение питания лампы. Установить его значение 15 В.
 - 8.8. Убрать экран и направить излучение лампы на приемник в течение $t_u = 10$ с.
 - 8.9. Измерить максимальные показания выходного индикатора U_{\max} и время достижения максимума t_{\max} .
 - 8.10. Определить энергию импульса излучения по формуле (10.16).
 - 8.11. Вычислить мощность излучения лампы

$$P = \frac{E}{t_u} . \quad (10.17)$$

Содержание отчета

Отчет должен содержать:

1. Схему установки для калибровки прибора.
2. Вычисления чувствительности прибора по непрерывной мощности S_p .
3. Таблицу и график зависимости выходного сигнала приемника $U(t)$ от времени при остывании.
4. Вычисления значения тепловой постоянной времени τ и график линеаризованной зависимости $\ln(U(t))$.
5. Вычисления чувствительности прибора по энергии S_E .
6. Значения максимума показаний выходного индикатора U_{\max} и времени достижения максимума t_{\max} при измерениях с лампой накаливания.
7. Значение энергии импульса излучения лампы E .
8. Мощность излучения лампы P .

Контрольные вопросы

1. Схема устройства и принцип работы калориметрического измерителя мощности и энергии оптического излучения.
2. Как связана величина установившегося значения температуры нагрузки с величиной непрерывной мощности излучения?
3. Что такое тепловая постоянная времени приемника?
4. Измерение тепловой постоянной времени прибора.
5. Как связано максимальное значение температуры нагрева нагрузки с величиной энергии импульса излучения?
6. Почему максимум показаний выходного индикатора достигается после того, как заканчивается импульс излучения?
7. Формула, связывающая максимум показаний индикатора с энергией импульса излучения.
8. Калибровка прибора по непрерывной мощности методом замещения.
9. Калибровка прибора по импульсной энергии методом замещения с помощью конденсатора.
10. Связь между чувствительностью прибора по непрерывной мощности и чувствительностью по энергии. Калибровка прибора по энергии, использующая эту связь.
11. Измерение энергии импульса и мощности излучения лампы накаливания.

Литература

1. Валитов Р.А., Кузьмичев В.М., Кокодий Н.Г., Зинченко Н.И. Способ калибровки калориметрического измерителя импульсной энергии. Авторское свидетельство СССР на изобретение № 215566. Приоритет от 07.07.1966 г.
2. Валитов Р.А., Кокодий Н.Г., Кубарев А.В., Кузьмичев В.М. и др. Измерение характеристик оптических квантовых генераторов. – М.: Изд-во Комитета Стандартов СССР, 1968.

Приложение

Измерение тепловой постоянной времени прибора

Измерение тепловой постоянной времени прибора основано на обработке данных о ходе остывания нагрузки.

Изменение сигнала с нагрузки во времени описывается функцией

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (10.18)$$

где U_0 – начальное значение сигнала, τ – постоянная времени. Задача состоит в том, чтобы с помощью метода наименьших квадратов подобрать значения па-

параметров U_0 и τ , при которых функция (10.18) наилучшим образом описывает ход остывания нагрузки, определенный в эксперименте. Для этого необходимо прологарифмировать формулу (10.18):

$$\ln U(t) = \ln U_0 - \frac{t}{\tau}. \quad (10.19)$$

Зависимость $\ln(U(t))$ – линейная. Используя метод наименьших квадратов, можно найти параметры этой зависимости:

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 t,$$

где $y = \ln(U(t))$, $\alpha_0 = \ln(U_0)$, $\alpha_1 = -\frac{1}{\tau}$.

Для этого необходимо составить следующую таблицу:

i	T_i	U_i	$\ln U_i$	T_i^2	$T_i \ln U_i$
1	2	3	4	5	6
0	T_0	U_0	$\ln U_0$	T_0^2	$T_0 \ln U_0$
1	T_1	U_1	$\ln U_1$	T_1^2	$T_1 \ln U_1$
2	T_2	U_2	$\ln U_2$	T_2^2	$T_2 \ln U_2$
-----	-----	-----	-----	-----	-----
N	T_N	U_N	$\ln U_N$	T_N^2	$T_N \ln U_N$

Определить параметры прямой a_0 и a_1 можно, решив систему уравнений:

$$a_0(N+1) + a_1 \sum_{i=0}^N T_i = \sum_{i=0}^N \ln U_i,$$

$$a_0 \sum_{i=0}^N T_i + a_1 \sum_{i=0}^N T_i^2 = \sum_{i=0}^N T_i \ln U_i.$$

При решении этой системы нужно использовать значения сумм столбцов 2 – 6 в таблице.

Параметры функции (10.18) связаны со значениями величин a_0 и a_1 следующим образом:

$$U_0 = e^{a_0}, \quad \tau = -\frac{1}{a_1}.$$

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВАРИАБЕЛЬНОСТИ СЕРДЕЧНОГО РИТМА

Цель работы

Провести математический анализ данных, полученных при измерении электрических сигналов сердца.

Вариабельность сердечного ритма

Сердечно-сосудистая система выполняет важную роль в организме, необходимую для его нормального функционирования. Диагностика функционирования состояния этой системы занимает одно из главных мест в медицине. Широко распространенным методом контроля ее состояния является анализ электрокардиограммы (ЭКГ) – измерения электрического потенциала сердца. Типичная кардиограмма показана на рис. 11.1. Она представляет собой периодически повторяющиеся пики R , между которыми находятся меньшие по амплитуде пики P и T и минимумы Q и S . Каждая из этих точек характеризует определенный цикл деятельности сердечной мышцы.

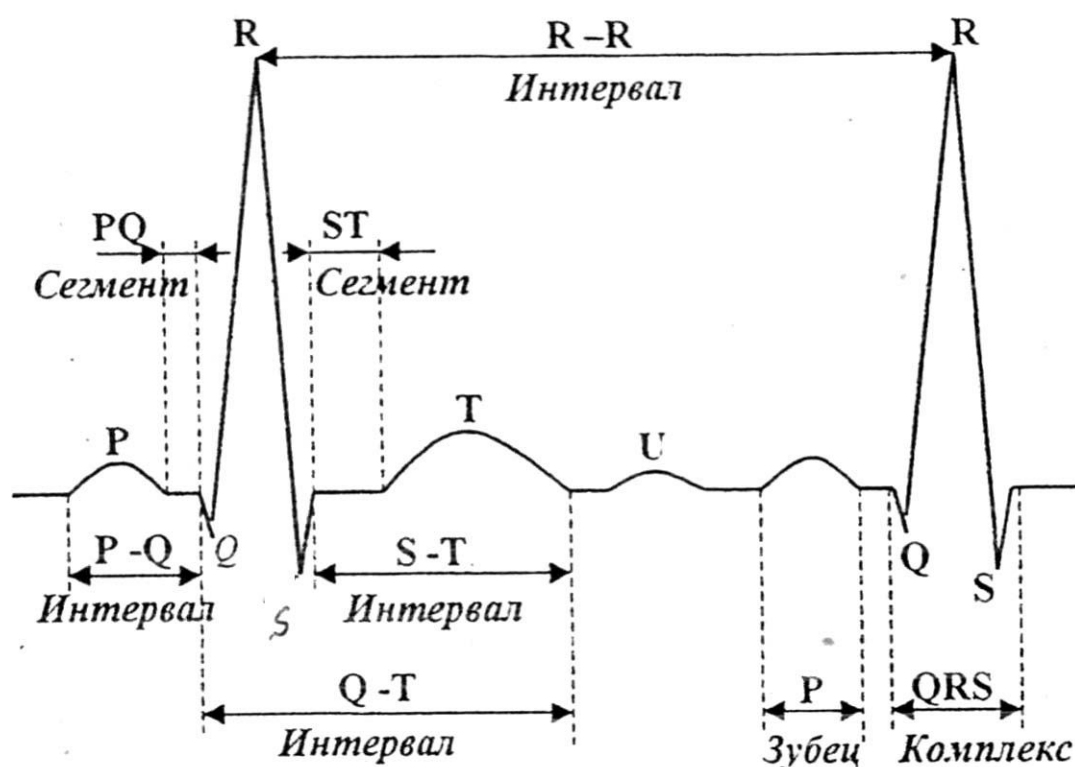


Рис. 11.1. Кардиограмма

Анализ ЭКГ может дать большую информацию о состоянии системы, однако современные методы не всегда могут ее однозначно интерпретировать.

Одним из новых способов изучения состояния сердечно-сосудистой системы с помощью аппарата математического анализа является кардиоинтервалография [1-3]. Она изучает изменение ритма сердца как реакцию организма на внешнее воздействие. Этот метод характеризуется простотой регистрации сигналов, которыми могут быть *R*-пики кардиограммы или другие сигналы, вызываемые деятельностью сердца, – сигналы регистрации пульса (пульсограмма), график изменения давления крови во времени (сфигмограмма) и др.

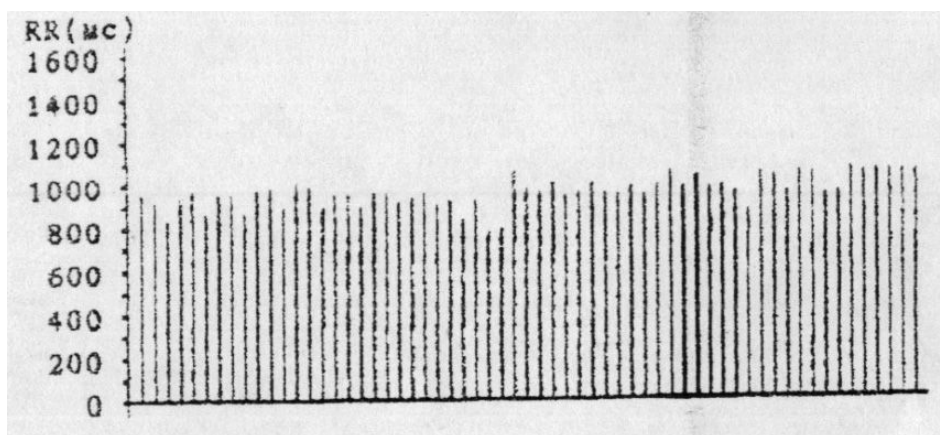


Рис. 10.2. Пульсограмма

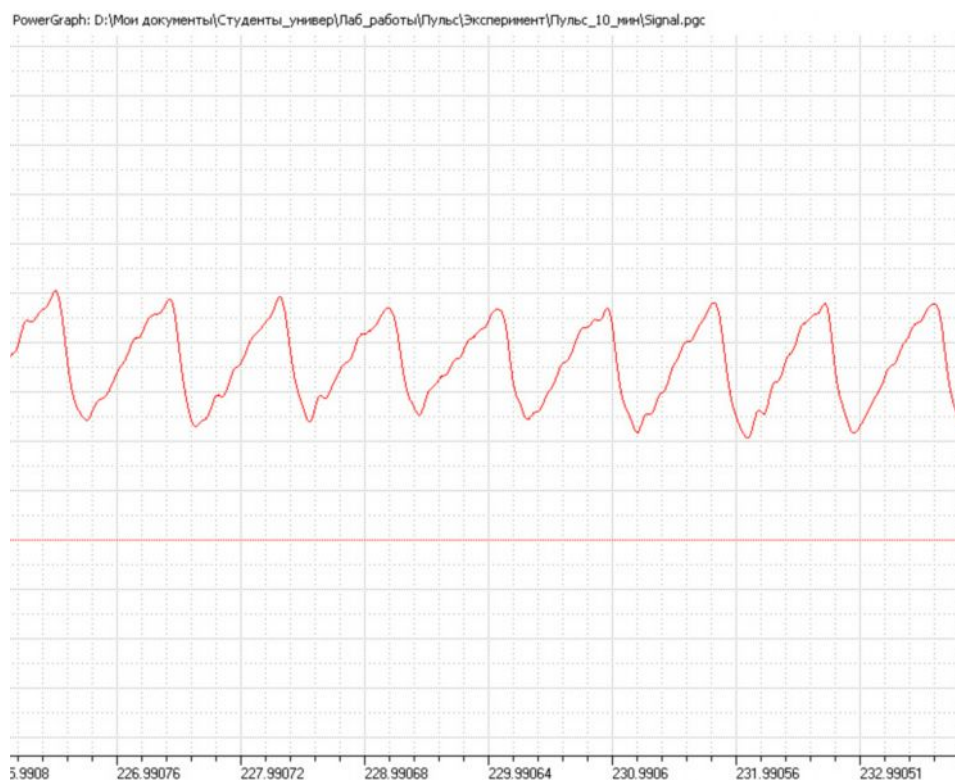


Рис. 3. Сфигмограмма

Традиционно измеряемая средняя частота сердечных сокращений (ЧСС) отражает лишь конечный результат многочисленных влияний внешних факторов на аппарат кровообращения. Одной и той же частоте пульса могут соответствовать различные состояния организма. Исследование вариаций сердечного ритма (ВСР) может дать больше информации о состоянии исследуемого объекта. Динамика показателей ВСР во многих случаях опережает изменения клинико-лабораторных данных.

Стандартной интерпретации показателей ВСР в настоящее время нет. Но некоторые часто используемые исследователями параметры этой функции могут дать вполне определенную информацию о состоянии исследуемого объекта. Наиболее наглядным и доступным методом анализа изменений сердечного ритма является построение и оценка кардиоинтервалограмм (пульсограмм, ритмограмм) – рис. 11.4. Он заключается в том, что по оси ординат откладывается длительность $R-R$ интервалов, а по оси абсцисс – номера этих интервалов. Последовательность кардиоинтервалов (КИ) несет информацию о процессах, протекающих не только в сердце, но и в различных звеньях системы управления организма: нервных сплетениях, железах внутренней секреции, нервных центрах мозга.

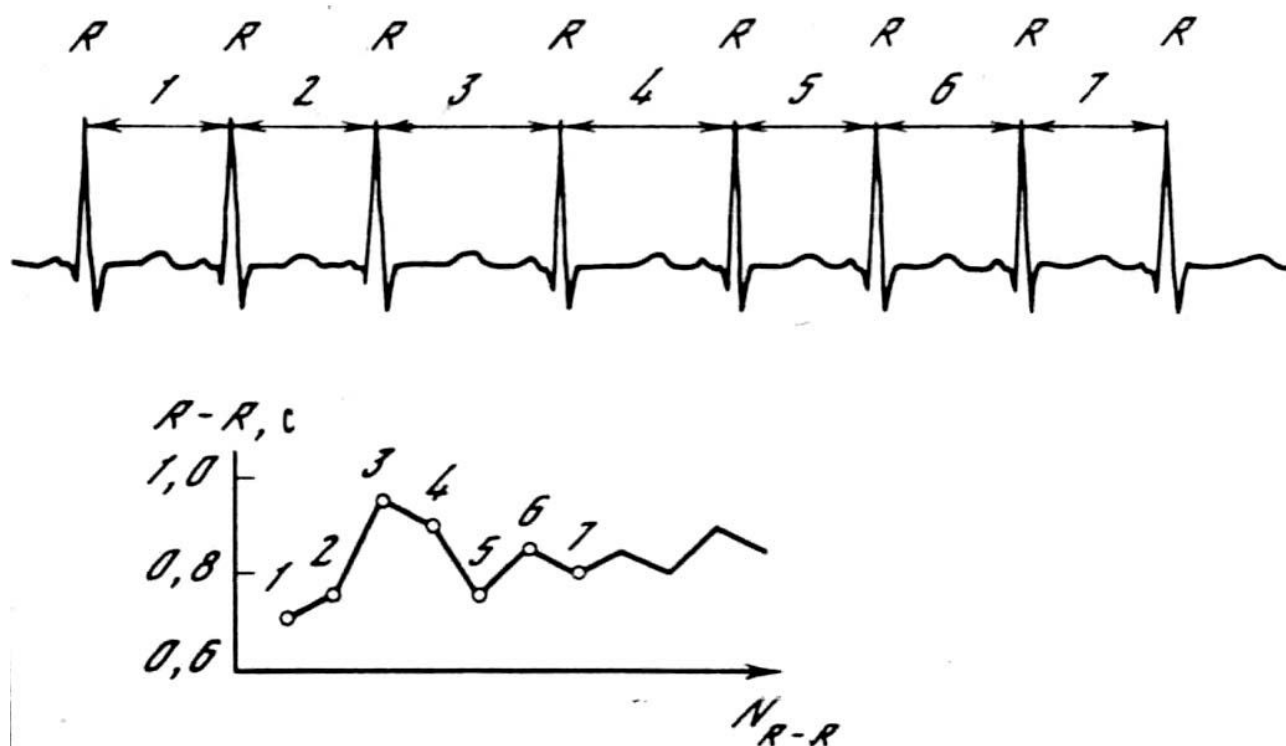


Рис. 11.4. Построение кардиоинтервалограммы

При анализе ритма сердца важную роль играет объем выборки, подвергаемой анализу. В настоящее время широко используется выборка в 100–150 кардиоинтервалов (время выборки 2–3 мин). Она позволяет получить информацию об основной частоте работы сердца и о наличии некоторых более медленных процессов – «дыхательных» волн и «медленных» волн 1-го и 2-го порядков с периодами до 2–3 мин. Эти волны имеют отношение к состоянию вазомоторных центров, участвующих в регуляции артериального давления и периферического кровотока, определяющего тепловой баланс кожи.

Для того, чтобы получить информацию о системной регуляции и адаптационных реакциях организма, объем выборок должен быть увеличен до 1000 интервалов (время регистрации – около 15 мин). При этом существует возможность обнаружения волн с периодами до 30 мин, связанных с межсистемными взаимодействиями организма.

Для изучения адаптивных реакций организма, характеризующихся периодами часового диапазона, необходимы объемы выборок около 5000 кардиоинтервалов (до 100 мин). Это позволяет выявлять колебания сердечного ритма с периодом до 3 час.

Существенное значение имеют следующие параметры сердечного ритма:

1. *Средняя частота сердечных сокращений (ЧСС):*

$$ЧСС = \frac{60}{T_{cp}}, \left[\frac{\text{уд}}{\text{мин}} \right], \quad (11.1)$$

где

$$T_{cp} = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_N}{N}, [\text{с}] \quad (11.2)$$

$T_1, T_2, T_3, \dots, T_N$ – периоды сердечных сокращений.

Отклонение значения T_{cp} от индивидуальной нормы свидетельствует об увеличении нагрузки на организм или о наличии патологических отклонений.

Величина ЧСС сравнивается с *должной частотой сердечных сокращений (ДЧСС)*:

$$ДЧСС = 48 \left(\frac{P}{M} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (11.3)$$

где P – рост в см, M – масса в кг.

Если ЧСС отличается от ДЧСС более, чем на 5% в меньшую сторону – это брадиритмия¹, если же ЧСС превышает ДЧСС более, чем на 5% – это тахиритмия².

¹ Брадиритмия (борикардия) – пульс становится реже: у взрослых до 40 уд/мин и ниже, у детей – замедление на 30 и более уд/мин против возрастной нормы.

² Тахиритмия (тахикардия) – учащение пульса: у взрослых – до 90-160 уд/мин, у детей – на 30 и более уд/мин против возрастной нормы.

2. **Вариационный размах** – разность между значениями максимального и минимального RR -интервалов:

$$\Delta T_{\max} = T_{\max} - T_{\min}, \text{ [мс]}. \quad (11.4)$$

Если ΔT_{\max} превышает T_{\min} более, чем на 10 %, это свидетельствует о синусовой аритмии³. Если последняя коррелирует с частотой дыхательных движений ($T_{\text{дых}} = 3\text{-}5$ с), то речь идет о дыхательной аритмии, которая говорит об эффективности регуляции сердца с помощью внутрицикловых команд. Если аритмия сохраняется и при задержке дыхания, то это – недыхательная синусовая аритмия, которая является признаком патологии.

3. **Среднеквадратическое отклонение (СКО)** отражает изменчивость длительности кардиоциклов относительно среднего значения RR -интервала при доверительной вероятности 68,3% [4]:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (T_i - T_{cp})^2}{N-1}}. \quad (11.5)$$

Это один из основных показателей вариабельности сердечного ритма. Он характеризует состояние механизма регуляции, который должен обеспечивать возможность изменений сердечного ритма в широких пределах.

В пятиминутных записях в дневное время СКО должно находиться в пределах 40-80 мс, но эти значения могут меняться в зависимости от возраста и пола объектов исследования.

Увеличение или уменьшение СКО указывает на преобладание одного из отделов вегетативной нервной системы – симпатического или парасимпатического.

4. **Коэффициент вариации сердечного ритма:**

$$\delta = \frac{S}{T_{cp}}. \quad (11.6)$$

В норме он составляет 5–7%. Этот параметр удобен тем, что являет собой относительную оценку и может сравниваться у лиц с различными значениями частоты пульса.

5. **Уровень лабильности сердечного ритма:**

$$\Delta R = \frac{\left(\sum_{i=1}^N |T_i - T_{cp}| \right) / N}{T_{cp}}. \quad (11.7)$$

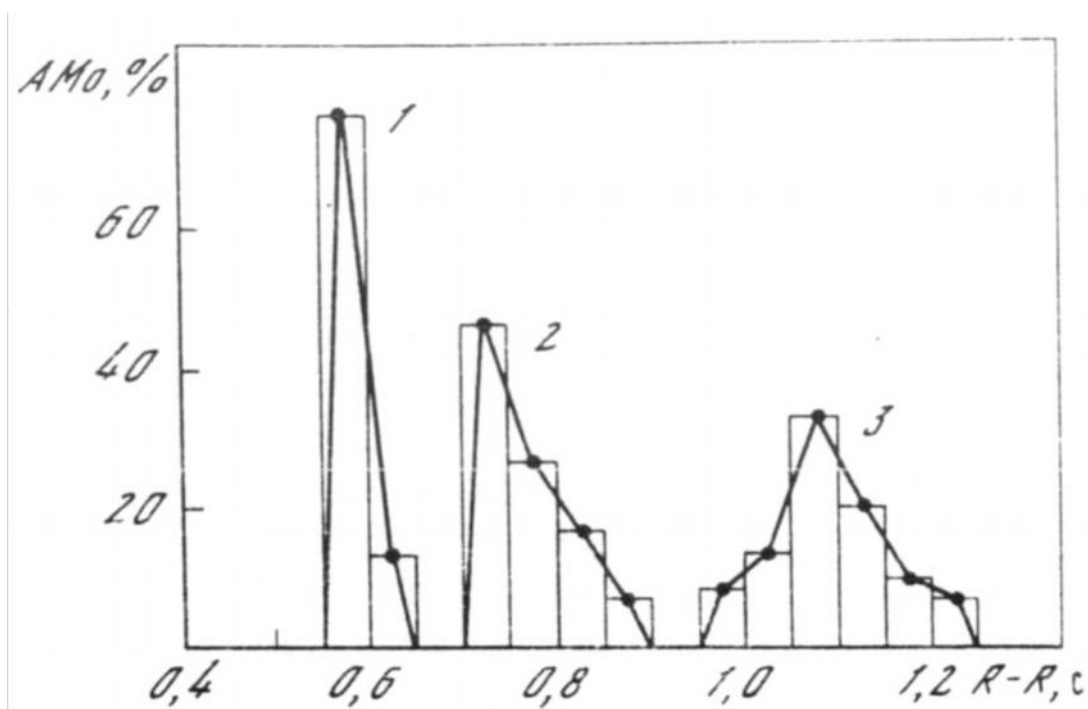
В норме он составляет 4,5 – 6,9 %.

³ Синусовая аритмия – проявляется в чередовании периодов учащения сердечного ритма с периодами его замедления.

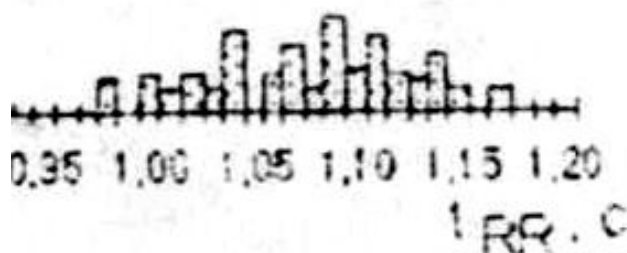
6. **Гистограмма** – это графическое изображение сгруппированных по длительности значений RR -интервалов.

Весь диапазон значений T_i разбивается на интервалы $\Delta T = 0,04$ с. Подсчитывается количество значений T_i , попавших в каждый интервал. На графике по оси абсцисс откладывается длительность T_i , а по оси ординат – их количество в данном интервале.

У здоровых людей в состоянии покоя гистограмма симметрична и близка к функции Гаусса (рис. 11.5а – график 3).



а)



б)

Рис. 11.5. Гистограмма

Значения RR -интервалов находятся в пределах 0,7-1,24 с (50-85 уд/мин). Они распределены в нескольких диапазонах. Высокая степень вариативности

указывает на слабую централизацию управления сердечным ритмом – преобладает влияние местных регулирующих центров. Такое расширение гистограммы свидетельствует о накоплении организмом ресурсов [2].

На графике 1 рис. 11.5а все значения RR -интервалов размещаются всего в двух диапазонах. Причем в один из них попадает 75% всех значений. Частота пульса достигает 100–110 уд/мин ($T_i = 0,55 - 0,64$ с). Это означает, что имеется высокая степень мобилизации системы кровообращения и высокий уровень ее функционирования, что соответствует отклику организма на большую нагрузку.

График 2 на рис. 11.5а характерен для переходного процесса. Он имеет несимметричную форму с максимальным количеством интервалов в крайнем левом диапазоне значений T_i . «Сползание» гистограммы влево свидетельствует о выбросе адреналина в кровь.

Многовершинная гистограмма (рис. 11.5б) характерна для мерцательной аритмии, что может быть при наличии несинусового ритма.

Характеристики гистограммы:

6.1. *Мода (Mo)* – наиболее часто встречающееся значение T_i .

6.2. *Амплитуда моды (AMo)* – количество T_i , соответствующее интервалу моды (в процентах к общему объему выборки). В норме составляет 35-40%. Возрастание AMo свидетельствует об ухудшении регуляторных возможностей организма.

Баевский Р.М. предложил ряд диагностических показателей, производных от статистических оценок распределения КИ [1-3]:

- *индекс вегетативного равновесия* $ИВР = AMo / \Delta T_{max}$;
- *вегетативный показатель ритма* $ВПР = 1 / (Mo \Delta T_{max})$;
- *показатель адекватности процессов регуляции* $ПАПР = AMo / (2 Mo \Delta T_{max})$.

Кардиологический стандарт оценки показателей variability сердечного ритма включает также вычисление *индекса Святого Георгия*, который является оценкой ширины основания треугольника, интерполирующего гистограмму распределения КИ:

$$TINN = 2 N / AMo .$$

Этот метод оценки variability позволяет исключить при вычислениях кардиоимпульсы, которые не связаны с синусовым ритмом сердца, а также артефакты (случайные импульсы, помехи).

При использовании индексов Р.М.Баевского участки гистограмм, которые обусловлены артефактами и экстраксиями, могут существенно исказить действительную картину. Поэтому нужно использовать «помехозащищенные»

диагностические показатели variability ритма сердца. К таким показателям кроме индекса $TINN$ относятся параметры, характеризующие баланс регуляции в вегетативной нервной системе, – индексы активности симпатического ($СИМ$) и парасимпатического ($ПАР$) отделов вегетативной нервной системы.

Индекс активности симпатического отдела вычисляется по формуле:

$$СИМ = 4 АМо / N_{20\%},$$

где $N_{20\%}$ – число интервалов гистограммы, содержащих количество КИ, которые превышают двадцатипроцентный уровень от значения $АМо$. У взрослого здорового человека в состоянии физического и психического покоя $СИМ$ не превышает 15 ед. Увеличение $СИМ$ свидетельствует о том, что симпатическое звено доминирует при регуляции ритма сердца (повышение $АМо$ и снижение $N_{20\%}$), что обуславливает уменьшение степени свободы регуляции и возрастании напряженного состояния организма. При симпатикотонии гистограмма имеет узкое основание, большую высоту, величина $СИМ$ растет, а $ПАР$ – уменьшается.

При доминирующем влиянии парасимпатического отдела вегетативной нервной системы основание гистограммы расширяется, высота ее уменьшается. При этом $СИМ$ уменьшается, а $ПАР$ – увеличивается.

7. *Индекс напряжения (ИН)* – параметр, который дает информацию о степени напряженности компенсаторных механизмов организма, уровне функционирования центрального контура регуляции ритма сердца. Он учитывает соотношения между основными показателями ритма:

$$ИН = АМо / (2 Мо \Delta T_{max}). \quad (11.8)$$

В состоянии покоя $ИН = 70–80$. Небольшая нагрузка (физическая или эмоциональная) увеличивает $ИН$ в 1,5–2 раза. При больших нагрузках он растет в 5–10 раз. У больных с постоянным напряжением регуляторных систем (психический стресс, стенокардия, недостаточность кровообращения) $ИН = 400–600$. У больных острым инфарктом миокарда $ИН = 1000–1200$.

8. *Индекс активности парасимпатического отдела нервной системы (ПАР)* характеризует степень отклонения распределения КИ от нормального закона распределения. Чем больше отклонений от нормального распределения, тем сильнее активность вагусного влияния на регуляцию ритма сердца.

9. Для описания отклонения формы гистограммы от нормального закона распределения используются показатель асимметрии и эксцесс.

9.1. *Показатель асимметрии (As)* позволяет количественно судить о степени стационарности исследуемого ряда значений T_i , о наличии и выраженности переходных процессов. Он определяется формулой [5]

$$As = \frac{m_3}{S^3}, \quad (11.9)$$

где m_3 – центральный момент 3-го порядка выборки данных о вариабельности сердечного ритма.

Асимметрия положительна, когда «длинная часть» кривой распределения (гистограммы) расположена справа от математического ожидания (моды), и отрицательна, если «длинная часть» расположена слева от этой точки (рис. 11.6).

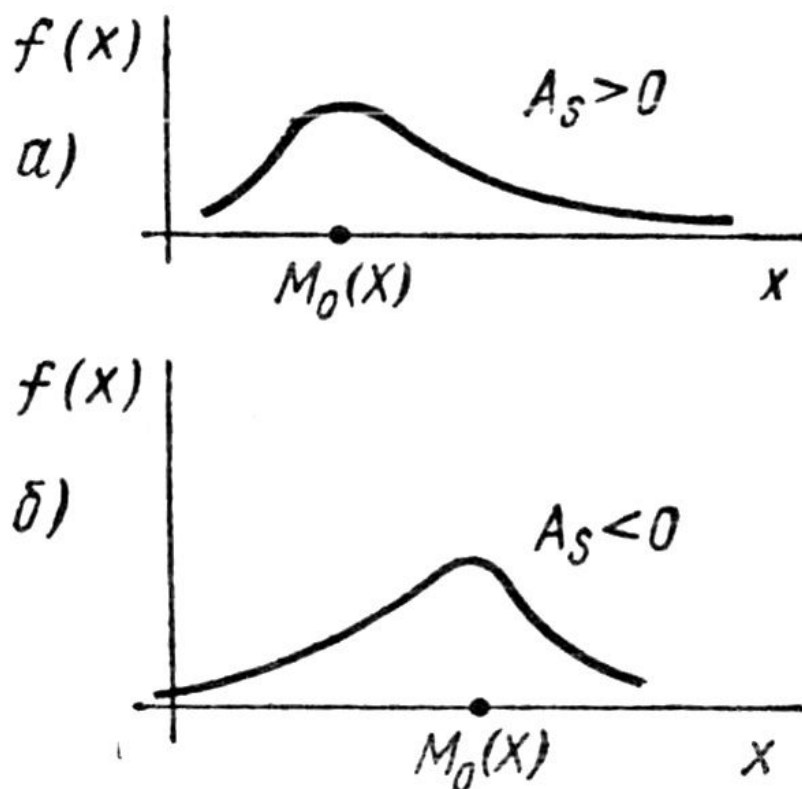


Рис. 11.6. Коэффициент асимметрии

9.2. *Эксцесс* (Ex) показывает скорость (крутизну) изменения случайных нестационарных компонентов ряда T_i и характеризует локальные нестационарности. Он определяется соотношением [5]

$$Ex = \frac{m_4}{S^4} - 3, \quad (11.10)$$

где m_4 – центральный момент 4-го порядка.

Для нормального распределения $Ex = 0$. При $Ex > 0$ (гистограмма) имеет более высокую и «острую» вершину, чем нормальная кривая, если $Ex < 0$. Гистограмма имеет более низкую и «плоскую» вершину, чем нормальная кривая (рис. 11.7).

Примечание: согласно положениям теории вероятностей [5] центральным моментом порядка k называется величина

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^N (T_i - T_{cp})^k}{N}. \quad (11.11)$$

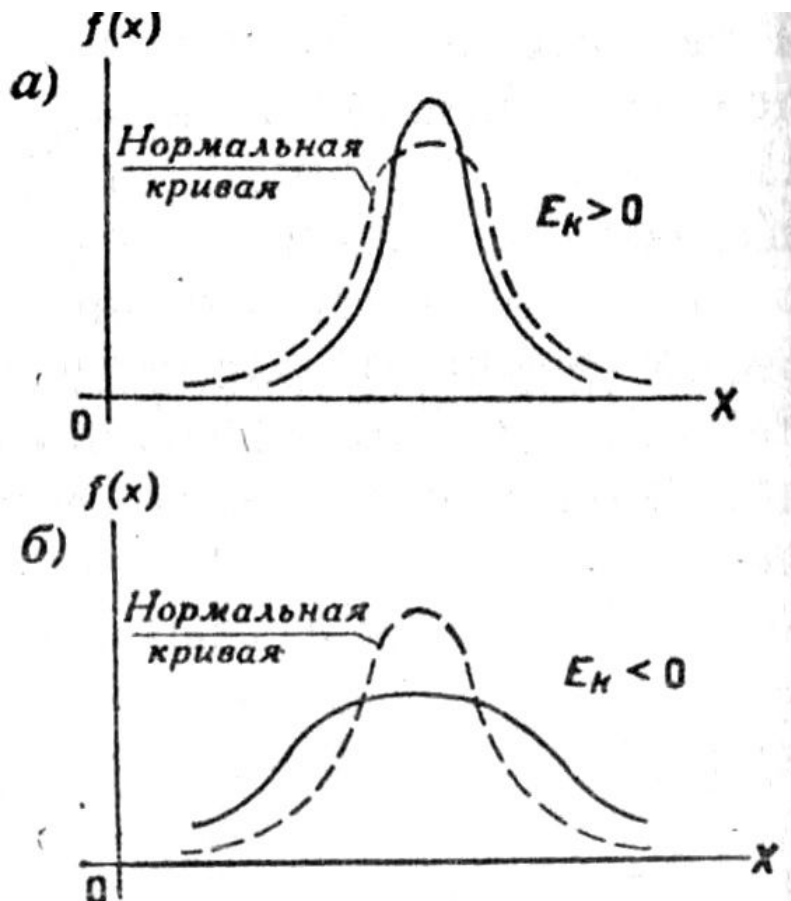


Рис. 11.7. Эксцесс

Порядок выполнения работы

1. Получить для обработки электрокардиограмму или сфигмограмму (график или текстовый файл) и данные о росте и весе объекта исследований. Объем выборки – 150...200 периодов пульса.
2. Измерить периоды пульса T_i . Построить график $T_i(i)$, где i – номер отсчета.
3. Вычислить среднее значение периода пульса T_{cp} по формуле (11.2). Нанести его на график $T_i(t_i)$ в виде горизонтальной прямой линии. Найти значения T_{max} и T_{min} . Записать значения T_{cp} , T_{max} и T_{min} .

4. Проверить, есть ли на графике изменения T_i с периодом дыхательных движений, что свидетельствует о наличии дыхательной аритмии и отсутствии патологий. Записать значения ΔT_{\max} и $\Delta T_{\max}/T_{\min}$. Записать вывод в тетрадь.

5. Вычислить среднюю частоту сердечных сокращений $ЧСС$ по формуле (11.1) и должную частоту сердечных сокращений $ДЧСС$ по формуле (11.3). Записать значения $ЧСС$ и $ДЧСС$. Сравнить эти величины. Сделать вывод о состоянии объекта исследований – норма, брадиаритмия или тахикардия. Записать вывод в тетрадь.

6. Вычислить вариационный размах ΔT_{\max} по формуле (11.4). Найти значение $\Delta T_{\max}/T_{\min}$.

7. Вычислить среднеквадратическое отклонение S по формуле (11.5) и коэффициент вариации δ по формуле (11.6). Оценить, находится ли он в норме. Записать вывод в тетрадь.

8. Вычислить уровень лабильности сердечного ритма по формуле (11.7). Сделать вывод о соответствии его значения норме. Записать вывод в тетрадь.

9. Построить гистограмму распределения периодов T_i .

9.1. Расположить значения T_i в порядке возрастания от T_{\min} до T_{\max} .

9.2. Разделить весь диапазон значений T_i на интервалы ΔT длительностью 0,04 с каждый.

9.3. Подсчитать количество периодов n , попавших в каждый интервал.

9.4. Построить график зависимости количества периодов n в некотором интервале ΔT от значения этого интервала.

10. Определить характеристики гистограммы:

10.1. Моду Mo согласно п. 6.1. Записать ее значение.

10.2. Амплитуду моды AM согласно п. 6.2. Записать ее значение.

10.3. Индекс Святого Георгия $TINN$.

10.4. Индекс активности симпатического отдела нервной системы.

Сделать и записать вывод о состоянии регуляции организма.

11. Найти значение индекса напряжения $ИН$ по формуле (11.8). Определить, соответствует ли оно норме для состояния покоя. Записать вывод.

12. Вычислить значение показателя асимметрии As по формулам (11.9) и (11.11). Сделать вывод о состоянии объекта исследования – покой, напряжение, переходной период. Записать значение показателя асимметрии.

13. Вычислить значения эксцесса Ex по формулам (11.10) и (11.11). Записать его значение.

Содержание отчета

Отчет о работе должен содержать:

1. График электрокардиограммы или сфигмограммы и таблицу численных значений, по которым строился график.

2. График пульсограммы $T_i(t_i)$ и таблицу численных значений, по которым он строился.

3. Значения T_{cp} , T_{max} и T_{min} .
4. Значения $ЧСС$ и $ДЧСС$. Различие между ними в процентах. Вывод о состоянии объекта исследований.
5. Вариационный размах ΔT_{max} . Вывод о наличии патологии.
6. Среднеквадратическое отклонение S и коэффициент вариации δ . Вывод о состоянии объекта.
7. Уровень лабильности сердечного ритма ΔR . Вывод о соответствии его значения норме.
8. Гистограмма распределения периодов пульса T_i .
9. Значение моды Mo .
10. Значение амплитуды моды AM . Вывод о соответствии его норме.
11. Значение индекса Святого Георга $TINN$.
12. Значение индекса активности симпатического отдела $СИМ$. Вывод о соответствии его норме.
13. Значение индекса напряжения $ИН$. Вывод о соответствии его норме.
14. Значение показателя асимметрии As . Вывод о состоянии объекта.
15. Значение эксцесса Ex .

Контрольные вопросы

1. На чем основан анализ variability сердечного ритма?
2. Что такое кардиоинтервалограмма, пульсограмма, сфигмограмма?
3. Основные параметры сердечного ритма.
4. Что такое гистограмма распределения периодов пульса?
5. Параметры гистограммы – мода, амплитуда моды, показатель асимметрии, эксцесс. Что они определяют?
6. Что такое индекс Святого Георга?
7. Что такое индекс активности симпатического отдела нервной системы?
8. Что такое индекс активности парасимпатического отдела нервной системы?
9. Что такое индекс напряжения?

Литература

1. Баевский Р.М. Математический анализ изменений сердечного ритма при стрессе. – М.: Наука, 1984. – 219 с.
2. Баевский Р.М. Прогнозирование состояния на грани нормы и патологии. – М.: Медицина, 1976. – 295 с.
3. Баевский Р.М., Гуров С.М. Измерьте ваше здоровье. – М.: Сов. Россия, 1988. – 95 с.
4. Кассандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. – М.: Наука, 1970. – 104 с.
5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1998. – 479 с.

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВАРИАБЕЛЬНОСТИ СЕРДЕЧНОГО РИТМА

Цель работы

Провести спектральный анализ данных о частоте пульса.

Спектральный анализ

Периодическую функцию $f(t)$ можно представить в виде суммы конечно-го или бесконечного числа синусоидальных функций с частотами $\omega, 2\omega, 3\omega \dots$ (основная и высшие гармоники) [1]. Если функция задана в интервале времени $0 < t < t_{\max}$, то ее можно представить так:

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n \omega t + \varphi_n), \quad (12.1)$$

где

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{t_{\max}} \int_0^{t_{\max}} f(t) dt, \\ A_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \\ a_n &= \frac{2}{t_{\max}} \int_0^{t_{\max}} f(t) \cos(n \omega t) dt, \\ b_n &= \frac{2}{t_{\max}} \int_0^{t_{\max}} f(t) \sin(n \omega t) dt, \\ \operatorname{tg} \varphi_n &= \frac{a_n}{b_n}. \end{aligned} \quad (12.2)$$

Ряд (12.1) называется рядом Фурье, а его составляющие – гармониками функции $f(t)$ с амплитудами A_n , частотами $n\omega$ и фазами φ_n .

Процесс разложения функции в ряд Фурье называется спектральным анализом, а зависимости $A_n(\omega)$ и $\varphi_n(\omega)$ – амплитудным и фазовым спектром функции. Зависимость $A_n^2(\omega)$ называется спектром мощности сигнала.

Необходимость измерения спектра функции возникает часто. Например, для защиты от вибраций необходимо знать их частоты. В акустике спектр звука нужно знать, чтобы определить размеры помещения, обеспечивающие наилучшее звучание музыкальных инструментов. В медицине интенсивно разрабатываются методы диагностики, основанные на анализе спектра электрокардиограмм, электроэнцефалограмм, сфигмограмм и других сигналов.

Во многих случаях функция, которую нужно разложить в ряд, задана в виде таблицы или графика. Тогда интегралы (12.2) заменяются суммами.

Пусть значения функции $f(t)$ известны в $N + 1$ точке интервала $[0, t_{\max}]$, который разбит на N отрезков длиной $\Delta t = t_{\max} / N$. Тогда:

$$A_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N f(k \Delta t), \quad B_0 = 0,$$

$$a_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^N f(k \Delta t) \cos \frac{2\pi kn}{t_{\max}} = b_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^N f(k \Delta t) \sin \frac{2\pi kn}{t_{\max}}, \quad (12.3)$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Число гармоник, которые можно найти в этом случае, определяется числом отсчетов функции $f(t)$ и равно $\text{int}(N/2)$, где функция $\text{int}(x)$ – целая часть числа x . Максимальная частота определяется интервалом Δt и связана с ним формулой Найквиста

$$f_{\max} = 1/(2\Delta t). \quad (12.4)$$

Минимальная частота определяется временем выборки и равна

$$f_{\min} = 1/t_{\max}. \quad (12.5)$$

Анализ сердечного ритма

Объектом спектрального анализа электрических сигналов, генерируемых сердечной мышцей, является кардиоинтервалограмма (ритмограмма, пульсограмма) – зависимость периода пульса от времени [2]. На графике кардиоинтервалограммы (КИГ) по оси ординат откладывается длительность RR -интервалов, по оси абсцисс – номера этих интервалов (рис. 12.1).

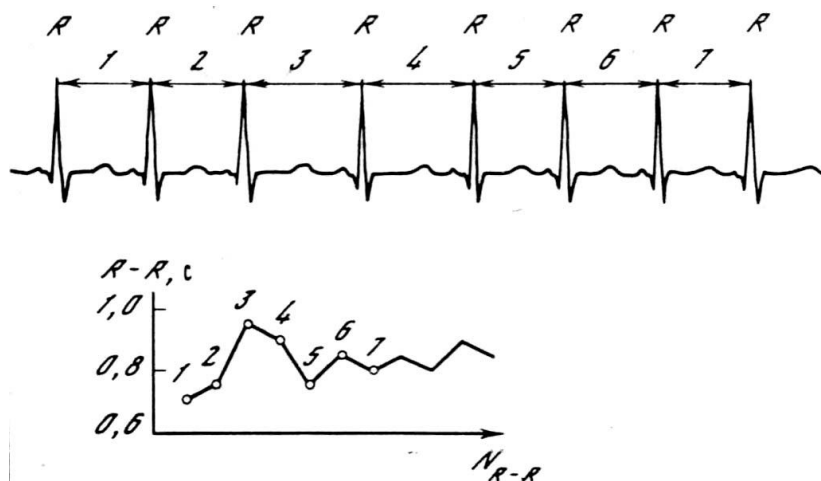


Рис. 12.1. Электрокардиограмма и кардиоинтервалограмма

Кроме колебаний с основной частотой (около 1 Гц) на кардиоинтервалограммах присутствуют и более медленные колебания:

1. Высокие частоты (High Frequency – HF) от 0,1 Гц до 0,5 Гц с длительностью периода от 2 до 10 с, которые являются отражением согласования дыхания и сердечной деятельности и поэтому называются «дыхательными волнами» (ДВ) или синусовой дыхательной аритмией. Они показывают влияние на сердечный ритм парасимпатического отдела вегетативной нервной системы.

2. Низкие частоты (Low Frequency – LF) от 0,02 до 0,1 Гц с длительностью периода от 10 до 40 с. Они называются также медленными волнами 1-го порядка (МВ-1). Наиболее распространенной точкой зрения на природу этих волн является представление о них как о влиянии на сердечный ритм симпатического отдела вегетативной нервной системы.

3. Очень низкие частоты (Very Low Frequency – VLF) менее 0,02 Гц с длительностью периода более 50 с. Они называются также медленными волнами 2-го порядка (МВ-2). Их считают отражением активности гуморальной системы. Типичные графики спектров RR -интервалов показаны на рис. 12.2 [2].

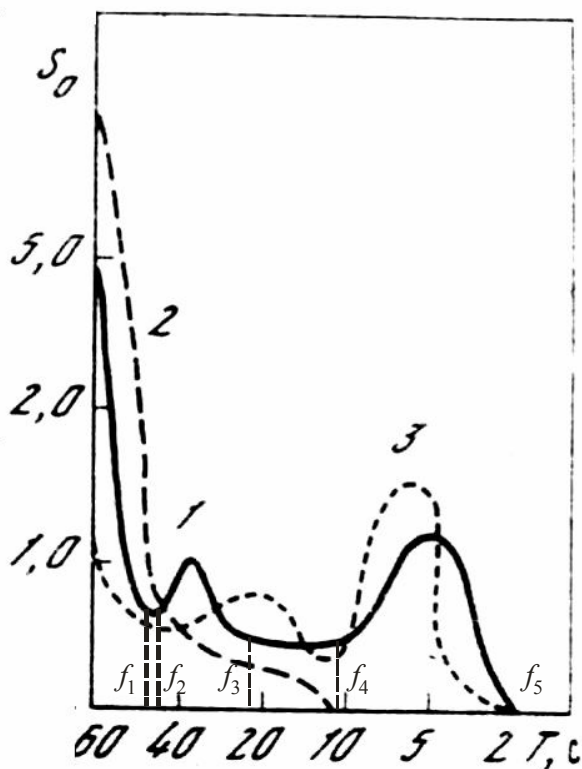


Рис. 12.2. Спектральная характеристика сердечного ритма:

1 – в состоянии покоя, 2 – во время физической нагрузки,
3 – во время сна

По оси абсцисс отложен период колебаний в секундах, по оси ординат – спектральная мощность колебаний в условных единицах. Выделяются три типа волн – дыхательные HF, волны LF и волны VLF. При объеме выборки, равном 100 кардиоинтервалов, максимальная длительность выявленных периодов не превышает 40–50 с, то есть на графике проявляются только дыхательные вол-

ны HF и волны LF. Волны VLF обычно суммируются с более низкочастотными волнами и отражаются в мощности начального значения спектральной характеристики.

При спектральном анализе определяются следующие величины:

1. Мощность волн HF (дыхательных волн) P_{HF} в процентах от суммарной мощности спектра. В норме она составляет 15–20%. Снижение этой доли до значений 8–10% указывает на смещение вегетативного баланса в сторону преобладания симпатического отдела. Если же величина P_{HF} падает ниже 3%, то можно говорить о резком преобладании симпатической активности.

2. Мощность волн LF (волн MB-1 или вазомоторных волн) с периодами длительностью 10–30 с характеризует активность вазомоторного центра регуляции сосудистого тонуса. Время, необходимое вазомоторному центру для приема, обработки и передачи информации, обычно составляет 10–12 с. Его увеличение до 13–14 с указывает на снижение активности вазомоторного центра. В положении «лежа» доля волн LF в норме составляет от 15% до 40%. При переходе в положение «стоя» она увеличивается в 1,5–2 раза. У лиц пожилого возраста этот эффект практически отсутствует. У них увеличивается мощность волн VLF.

3. Мощность волн VLF (волн MB-2) определяет степень связи автономных (сегментарных) уровней регуляции кровообращения с надсегментарными, в том числе с гипофизарно-гипоталамическим и корковым уровнем. В норме в условиях покоя мощность волн VLF составляет 15–35% общей мощности спектра. По данным спектрального анализа вычисляют два индекса [2]:

1. Индекс централизации

$$ИЦ = \frac{P_{LF} + P_{VLF}}{P_{HF}}. \quad (12.6)$$

Он показывает, насколько более мощной является активность центрального контура по отношению к автономному.

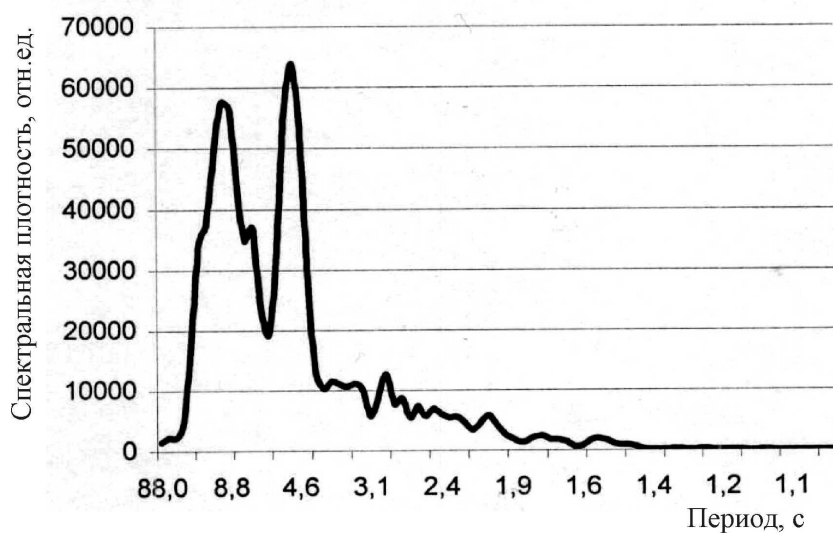
2. Индекс активации подкорковых нервных центров

$$ИАПЦ = \frac{P_{VLF}}{P_{LF}}. \quad (12.7)$$

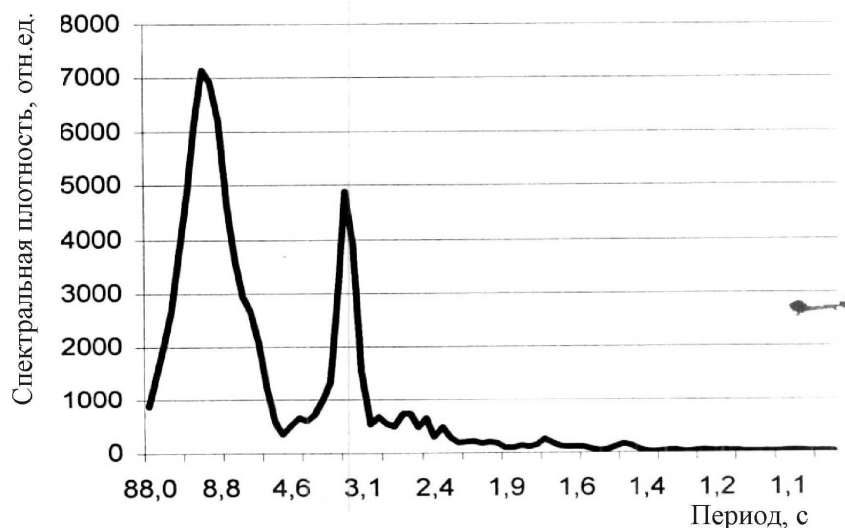
Он указывает на активность внутрисистемного уровня по отношению к более высоким уровням регуляции ритма сердца.

Изменения в виде функции спектральной мощности сигналов ЭКГ при нагрузке показаны на рис. 12.3.

Пик в области периодов КИГ длительностью 4,9 с со спектральной плотностью 63912 (волны HF) на рис. 12.3а отражает дыхательную аритмию в состоянии покоя и свидетельствует о низком напряжении высших регуляторных систем, высокой согласованности деятельности дыхательной и сердечно-сосудистой систем. Это характерно для хорошо тренированных людей. Пик в области низких частот с периодом 9,8 с со спектральной плотностью 57520 (волны LF) отражает вклад симпатического отдела вегетативной



а)



б)

Рис. 12.3. Спектр сигнала КИГ в покое (а) и при нагрузке (б)

нервной системы в регуляцию сердечного ритма.

Доминирование в спектре мощности быстрых колебаний (волн HF) является признаком спокойного состояния исследуемого объекта.

На рис. 12.3б показан спектр сигнала при реагировании на нагрузку. При оптимальном реагировании происходит следующее:

1. Снижение абсолютной суммарной мощности в обоих частотных диапазонах.
2. Смещение пика в области высоких частот вправо, что связано с увеличением частоты дыхания (период уменьшается до 3,3 с, пиковая спектральная плотность – до 4876).
3. Пик в области низких частот сдвигается до значения 11 с при пиковой спектральной мощности 7137.
4. Растет вклад симпатического контроля частоты сердечных сокращений.

При этом у тренированных людей соотношение LF/HF не превышает значения 3–4. Большее преобладание медленных волн свидетельствует о напряженности систем регулирования и неоптимальной реакции на нагрузку.

Порядок выполнения работы

1. Получить кардиограмму (пульсограмму) объекта исследования – функцию $f(t)$.
2. Измерить длительность RR-интервалов (периодов пульса) в течение времени исследования.
3. Построить график зависимости $T_n(n)$, где T_n – длительность периода пульса (RR-интервала электрокардиограммы), n – номер интервала.
4. Определить среднее значение периода пульса

$$T_{cp} = \frac{\sum_{n=1}^N T_n}{N},$$

где T_n – длительность отдельного периода пульса, N – число отсчетов. Нанести на график $T_n(t)$ значение T_{cp} в виде горизонтальной прямой линии.

5. По формулам (12.3) вычислить амплитуды гармоник A_n и построить график зависимости плотности спектральной мощности сигнала от частоты $A_n^2(f)$, где $f = n\Delta f$. Здесь $\Delta f = f_{\min}$ – определяется формулой (12.5).

6. Вычислить полную спектральную мощность сигнала:

$$P_{\Sigma} = \int_0^{f_{\max}} A_n^2(f) df = \Delta f \sum_{n=1}^N A_n^2(n\Delta f). \quad (12.8)$$

7. Вычислить относительную мощность волн HF:

$$P_{HF} = \frac{\int_{f_4}^{f_5} A_n^2(f) df}{P_{\Sigma}} = \frac{\Delta f \sum_{n=n_4}^{n_5} A_n^2(n\Delta f)}{P_{\Sigma}}, \quad (12.9)$$

где $f_4 \dots f_5$ – частотный интервал волн HF, n_4, n_5 – номера граничных гармоник этого интервала (см. рис. 12.2).

8. Вычислить относительную мощность волн LF:

$$P_{LF} = \frac{\int_{f_2}^{f_3} A_n^2(f) df}{P_{\Sigma}} = \frac{\Delta f \sum_{n=n_2}^{n_3} A_n^2(n\Delta f)}{P_{\Sigma}}. \quad (12.10)$$

9. Вычислить относительную мощность волн VLF:

$$P_{VLF} = \frac{\int_0^{f_1} A_n^2(f) df}{P_{\Sigma}} = \frac{\Delta f \sum_{n=1}^{n_1} A_n^2(n\Delta f)}{P_{\Sigma}}. \quad (12.11)$$

10. Записать значения мощностей P_{HF} , P_{LF} , P_{VLF} в тетрадь. Сделать вывод о балансе мощностей парасимпатического, симпатического отделов и гуморальной системы исследуемого объекта.

11. Вычислить по формуле (12.6) значение индекса централизации $ИЦ$.

12. Вычислить по формуле (12.7) значение индекса активации подкорковых нервных центров $ИАПЦ$.

Содержание отчета

Отчет должен содержать:

1. График электрокардиограммы или пульсограммы.
2. График зависимости длительности периода пульса от времени $T_n(n)$ с показанной на нем величиной T_{cp} .
3. График зависимости плотности спектральной мощности сигнала от частоты $A_n^2(f)$ с обозначенными на графике границами частот HF, LF, VLF и соответствующими этим границам номерами гармоник n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 .
4. Значения мощностей P_Σ , P_{HF} , P_{LF} и P_{VLF} .
5. Выводы о соотношении мощностей парасимпатического, симпатического отделов и гуморальной системы исследуемого объекта.
6. Значение индекса централизации $ИЦ$.
7. Значение индекса активации подкорковых нервных центров $ИАПЦ$.

Контрольные вопросы

1. Основа спектрального анализа сигнала. Что такое ряд Фурье?
2. Что такое амплитудный спектр сигнала?
3. Что такое спектр мощности сигнала?
4. Что такое фазовый спектр сигнала?
5. Чем определяется минимальная и максимальная частота при анализе спектра дискретного сигнала?
6. Чем определяется основная частота сигнала ЭКГ (пульсограммы)?
7. Какими факторами определяются высокие частоты (HF), низкие частоты (LF) и очень низкие частоты (VLF) сигнала? Их значения в герцах. Значения периодов этих сигналов.
8. Что такое индекс централизации? Что он характеризует?
9. Что такое индекс активации подкорковых нервных центров? Что он характеризует?

Литература

1. Харкевич А.А. Спектры и анализ. – М.: Физматгиз, 1962. – 236 с.
2. Баевский Р.М. Математический анализ изменений сердечного ритма при стрессе. – М.: Наука, 1984. – 220 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Общие указания.....	3
Работа № 1. Измерение внутреннего сопротивления микроамперметра.....	4
Работа № 2. Обработка результатов измерений внутреннего сопротивления микроамперметра методом наименьших квадратов.....	8
Работа № 3. Изучение электронного осциллографа.....	13
Работа № 4. Измерение параметров постоянных и переменных электрических сигналов.....	23
Работа № 5. Измерение разности фаз сигналов.....	31
Работа № 6. Исследование электрических фильтров.....	42
Работа № 7. Измерение емкости методом разряда конденсатора через сопротивление.....	50
Работа № 8. Измерение емкости конденсатора методом анализа частотной характеристики RC -цепи.....	54
Работа № 9. Измерение температурного коэффициента сопротивления меди.....	59
Работа № 10. Исследование калориметрического измерителя энергии импульсов лазерного излучения.....	64
Работа № 11. Статистический анализ variability сердечного ритма.....	72
Работа № 12. Спектральный анализ variability сердечного ритма.....	84

Навчальне видання

Кокодій Микола Григорович
Маслов Вячеслав Олександрович
Козлов Ігор Іванович
Свіч Василь Антонович
Тіманюк Володимир Олександрович

ЕЛЕКТРИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ

Методичні вказівки до лабораторних робіт

Частина 2

Коректор О.В.Гавриленко
Комп'ютерна верстка
Макет обкладинки І. М. Дончик

Підписано до друку 26.07.09. Формат 60×84/16
Папір офсетний. Друк ризографічний.
Обл.–вид. арк. 1,83. Умов. друк. арк. 1,46.
Наклад 100 прим. Ціна договірна.

61077, Харків, пл. Свободи, 4,
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
Видавництво ХНУ імені В. Н. Каразіна

Надруковано ХНУ імені В. Н. Каразіна
61077, м. Харків, пл. Свободи, 4
Тел: 705-24-32

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 3367 від 13.01.09